CAPITOLUL 1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE

1.1. Noțiuni de proiectare a structurilor solicitate prin oboseală

Se cunoaşte faptul că, atunci când solicitarea este statică, o piesă sau o structură poate prelua sarcinile din funcționare dacă acestea nu depăşesc o anumită valoare considerată maximă. Din practică s-a constatat faptul că dacă solicitarea este variabilă, ruperea poate interveni la valori mult mai mici ale sarcinii aplicate decât cea utilizată pentru solicitarea statică. Cele mai multe echipamente şi componente structurale sunt supuse la sarcini repetate, fluctuante, a căror mărime este cu mult sub sarcina de rupere determinată prin încercare statică. Oboseala reprezintă un fenomen de degradare mecanică a structurii materialului atunci când o componentă ce lucrează în exploatare este solicitată la valori inferioare limitei de curgere, *figura 1.1.* Marea majoritate a componentelor lucrează în domeniul 0-1 de pe curba caracteristică, până să se ajungă la limita de elasticitate σ_e. In această zonă deformațiile introduse în piesă sunt elastice.

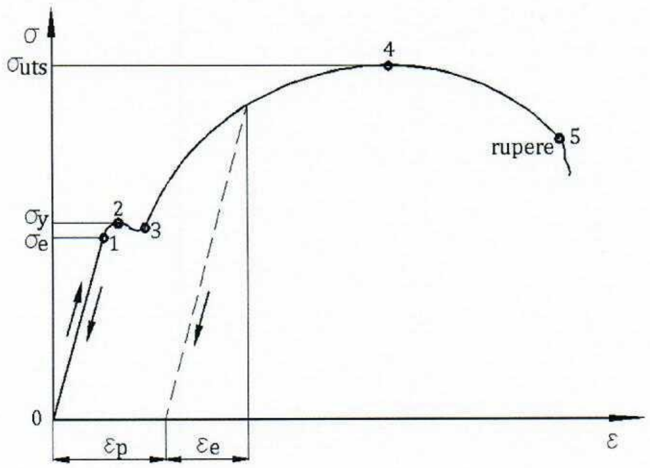


Fig. 1.1. Curba caracteristică a materialelor

Dincolo de linita de curgere σ_y, materialul capătă deformaţii plastice remanente, ε_p, incompatibile cu funcţionarea în continuare a componentei respective. Aşadar, prin solicitări repetate, materialul componentelor ce lucrează în domeniul elastic se degradează în timp ducând la apariţia microdefectelor, care, ulterior, se vor transforma în fisuri ce se vor propaga până la rupere, dacă solicitarea continuă de un număr foarte mare de ori.

Exemple de echipamente şi structuri supuse la încărcare prin oboseală includ: pompe, vehicule, utilaje, instalaţii de foraj, avioane, poduri, nave, etc. Fenomenul de distrugere prin oboseală a pieselor şi structurilor este binecunoscut. Distrugeri prin oboseală au fost observate încă din secolul al 19-lea când s-au efectuat şi primele investigaţii. O cercetare demnă de remarcat în acest domeniu a fost cea efectuată de August Wöhler. El a observat că o încercare unică, la o valoare a sarcinii mai mică decât sarcina de preluare statică a unei structuri, nu produce deteriorări ale acesteia. Dacă aceeaşi sarcină a fost repetată de mai multe ori poate duce la deteriorare completă. In acel moment ruperea prin oboseală era considerat un fenomen misterios datorită faptului că nu se putea vedea şi pentru că distrugerea apărea fără a da un avertisment anterior. În secolul 20, am învăţat că repetarea sarcinilor de încărcare poate conduce la startul unui mecanism de oboseală în material care va conduce la nucleerea unei microfisuri, dezvoltarea acesteia, şi care, în cele din urmă se va finaliza cu distrugerea piesei sau structurii. Istoria structurilor de până acum a fost marcată de numeroase cedări la oboseală ale organelor de maşini, ale vehiculelor în mişcare, ale structurilor sudate, ale avioanelor, etc. De-a lungul timpului astfel de cedări au cauzat accidente catastrofale, cum ar fi explozii sau colapsul complet al unui pod sau a altor structuri mai mari.

O structură ar trebui să fie concepută şi produsă în aşa fel încât, pe durata funcţionării acesteia să nu apară cedări. O proiectare judicioasă ţinând cont de fenomenul de oboseală va trebui să asigure proprietăţi satisfăcătoare cu privire la durata de viaţă, şi siguranţa în exploatare. Acestea presupun o mai mare atenţie la detalii, alegerea unor materiale mai puţin sensibile la oboseală, îmbunătăţirea suprafeţei materialului prin tratamente termice, alegerea unor tipuri alternative de concentratori, niveluri mai scăzute ale tensiunilor de solicitare la sarcini dinamice. Alte tipuri de abordări în ceea ce priveşte proiectarea pieselor ce lucrează la oboseală sunt reprezentate de calculul duratei de funcţionare (cu siguranţă intrinsecă), proiectare în vederea prevenirii distrugerilor catastrofale sau în timp (protecţie la coroziune), reducerea sarcinilor dinamice în serviciu, etc. Spectrul de posibilităţi este larg şi este datorat numărului mare de variabile care afectează comportamentul la oboseală al unei structuri. Scenarii de proiectare „împotriva" oboselii sunt influenţate de întrebările generate de beneficiar: de exemplu, îmbunătăţirile legate de proiectare sunt rentabile pe termen lung, îmbunătăţirile sunt previzibile?, etc.

Birourile de proiectare preferă proceduri standardizate de calcul pentru previziuni ale rezistenţei la oboseală, ale duratei de viaţă, ale propagării fisurii şi rezistenţei reziduale. Procedurile standardizate pot fi utile, dar trebuie să se accepte faptul că ar putea implica un risc considerabil de rezultate nesatisfăcătoare. Principalul motiv îl reprezintă faptul că astfel de proceduri de calcul pornesc de la unele condiţii generalizate, care, de obicei, nu sunt similare cu condiţiile problemei. Peste aceste proceduri se intervine cu înţelegerea, experienţa

şi judecata inginerilor pentru a evalua semnificaţia rezultatelor acestora. Trebuie să se ţină seama de faptul că astfel de predicţii au o precizie şi fiabilitate limitate. În cazurile în care apar unele îndoieli cu privire la rezultate, este util a se efectua teste la oboseală care să vină în sprijinul calculelor anterioare. De obicei un experiment este superior oricăror calcule teoretice. Afirmaţii de genul "Experimentele nu mint niciodată" sunt bine cunoscute.

Din păcate, un experiment dă rezultate aplicabile la condiţiile acelui experiment. Întrebarea care se pune este dacă respectivele condiţii de testare sunt o reprezentare realistă a condiţiilor în serviciu? Ca urmare, dacă proiectarea „împotriva" oboselii se face prin analize, calcule sau experimente, acest lucru necesită o cunoaştere profundă a fenomenului de oboseală în structuri şi materiale şi o mare varietate de condiţii care pot afecta funcţionarea la oboseală.

O diagramă bloc, ce cuprinde aspectele legate de procedurile de proiectare la oboseală este prezentată în *figura 1.2.*

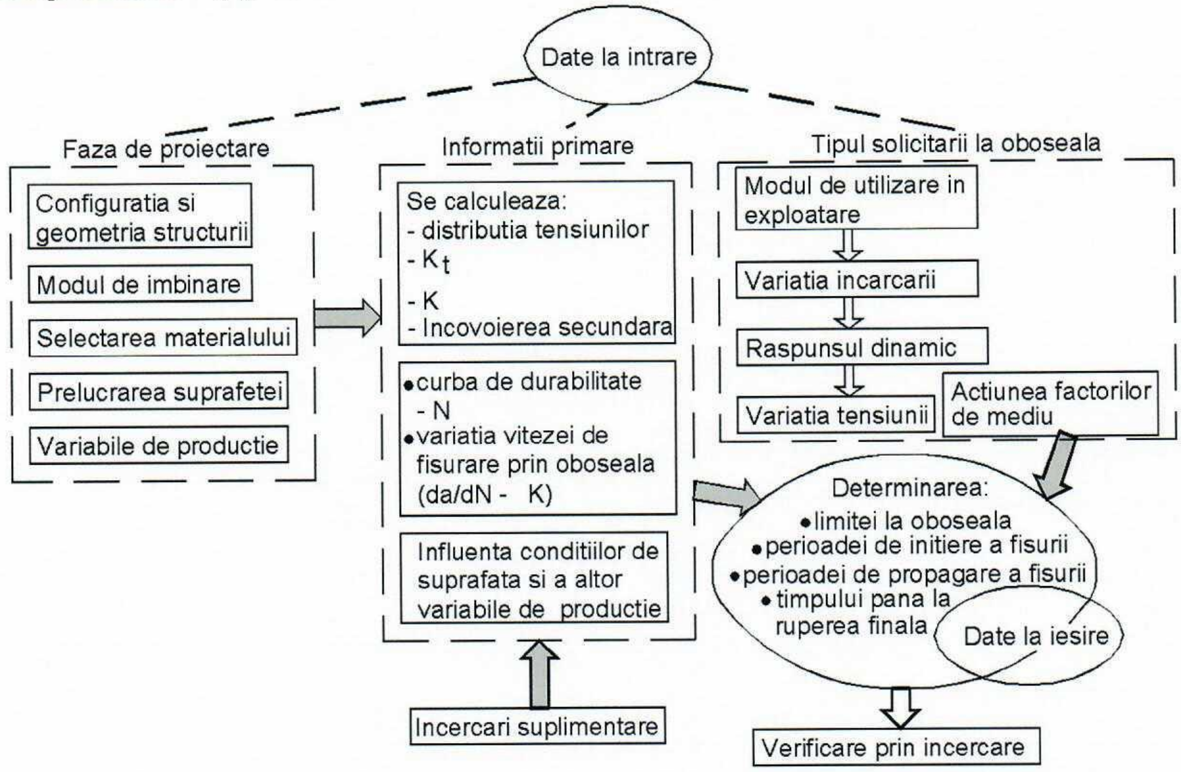


Fig. 1.2. Diagrama proiectării la oboseală a structurilor, [1]

Prima coloană conţine teme majore de proiectare, în timp ce în coloana a doua sunt enumerate diverse aspecte ce conţin informaţii de bază. Informaţiile din ultimul câmp al acestei coloane pot fi utilizate pentru selecţia materialelor, tratamente de suprafaţă aplicate, variabile de producţie, şi, de asemenea, pentru probleme de proiectare în detaliu. Pentru a se ajunge la o evaluare a calităţii la oboseală a unei structuri, trebuie făcute anumite predicţii. O altă condiţie este aceea de a avea informaţii relevante cu privire la sarcinile de oboseală. Acest lucru presupune efectuarea unui număr de paşi, începând cu consideraţii privind utilizarea structurii în serviciu, care sunt urmate de determinarea tensiunilor pentru zonele cele mai

solicitate la oboseală. O problemă specială o reprezintă modul de contabilizare a efectelor mediului. Coroziunea suprafeţelor (interioare sau exterioare), eroziunea, umiditatea sau temperatura pot afecta în mod esenţial comportarea la oboseală a componentelor afectate. Datele experimentale utilizate în previziuni sunt, în general, obţinute în condiţii de laborator în care frecvenţa solicitării este destul de mare.

1.2. Proiectarea pentru prevenirea ruperii prin oboseală, [2]

Au fost făcuţi paşi foarte importanţi în ultimele patru decenii în privinţa înţelegerii şi proiectării unor modalităţi de prevenire a ruperii prin oboseală ce apare la componente şi structuri. Siguranţa şi fiabilitatea au devenit cuvinte complementare într-un moment în care partea economică a dictat folosirea metodelor celor mai sofisticate de proiectare, astfel încât să fie optimizată folosirea materialelor fără a creşte posibilitatea apariţiei defectării componentelor. Grija inginerului proiectant se îndreaptă atât asupra structurii ca întreg cât şi asupra componentelor care sunt expuse condiţiilor de service, ceea ce înseamnă numeroase variaţii ale solicitării, ale tensiunii şi deformaţiei, ceea ce ar putea avea ca rezultat deteriorarea prin oboseală. Având în vedere nevoia de a produce un model economic prin reducerea masei, multe dintre vechile metode de proiectare au fost înlocuite cu altele mai noi şi mai adaptate. In diferite perioade de timp erau impuse anumite obiective calculului la oboseală. Acum câteva decenii preponderent era calculul la durabilităţi nelimitate astfel incât o componentă, în orice domeniu ar fi lucrat, să reziste cel puţin $5 \cdot 10^6$ cicluri. Având în vedere producerea actuală de produse la preţ cât mai mic dar şi uzura morală accentuată a unor produse, acum se proiectează la oboseală pentru durabilitate limitată. In esenţă, se doreşte ca produsul să fie atât de „suplu" încât, dacă e posibil, să cedeze imediat după trecere perioadei de garanţie. Evident că, actualmente, nu se merge chiar atât de departe cu proiectarea. Totuşi, dezvoltarea şi a programelor de calcul performante conduce la un calcul cât mai precis. Înainte se luau în considerare doar factorii de siguranţă ai componentelor, datorită lipsei de cunoaştere şi înţelegere a efectelor interactive. Aceşti factori de siguranţă nu mai sunt necesari odată cu dezvoltarea de programe soft computerizate. Aceste programe pot calcula, nu numai variaţiile solicitării din componente, ci şi tensiunile şi concentrările de tensiune, fiind capabile să cuprindă volume mari de date ce cuprind istoricul solicitării în timp real. Aceste programe pot să combine respectivele date pentru a evalua evoluţia oboselii întregului corp. Trebuie menţionat că, mai ales în ceea ce priveşte fenomenul de oboseală, oricare rezultate obţinute prin calcul sau pe baza utilizării programelor pe computer specializate, trebuie verificate experimental, mai ales atunci când nu se cunoaşte din experienţă comportarea materialului la condiţii de exploatare. O combinaţie a solicitării mecanice variabile, cu temperatura (eventual variabilă) cu acţiunea factorilor de mediu, unii menţionaţi anterior, poate conduce la urmări nefaste în ceea ce priveşte degradarea prin oboseală, fără ca toţi aceşti factori să poată fi cuantificaţi simultan în cadrul unui program de calcul specializat şi eventual conceput după anumite proceduri şi relaţii de calcul standardizate. Obiectivul principal al acestei capitol este de a oferi o prezentare generală a diferitelor metode de

proiectare la oboseală şi de a indica momentul în care se poate aplica fiecare dintre acestea. Ca regulă generală, sunt prezentate suficiente informaţii pentru a putea fi efectuate calcule, ţinându-se cont de proprietăţile materialului şi de evoluţia anticipată a oboselii. Deşi sunt prezentate proceduri de anticipare a evoluţiei oboselii, proiectantul trebuie să stabilească evoluţia oboselii pentru componenta proiectată.

1.3. Paşi în proiectarea la oboseală

Metodele actuale de proiectare la oboseală pentru structuri şi componente au evoluat din experienţa bazată pe aplicarea graduală a noilor metode urmată de corelarea cu rezultatele bune la determinările experimentale. O privire de ansamblu a diferitelor trăsături ale procesului este arătată în *figura 1.3*, dar principiile ce au stat la baza tuturor elementelor pot fi rezumate prin următoarele trei etape de analiză, necesare pentru găsirea de soluţii la probleme ce apar la solicitarea variabilă:

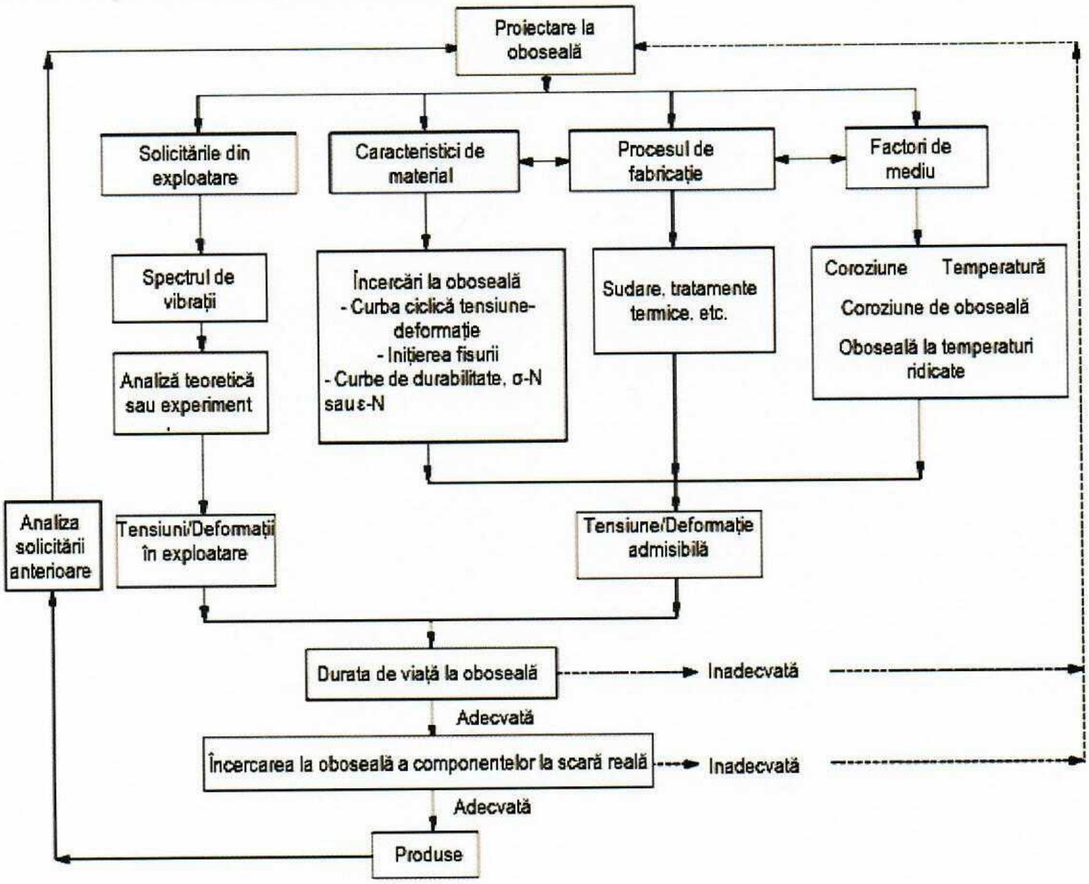


Fig.1.3. Diagrama proiectării la oboseală

1. Structura sau componenţa istoricului solicitării: forţele şi momentele exterioare aplicate asupra unei structuri sau componente se regăsesc în material şi cauzează solicitarea ciclică a locaţiilor critice de oboseală. Este necesară cunoaşterea numărului de cicluri, a direcţiilor şi mărimilor tuturor solicitărilor exterioare semnificative. Decizia privind care solicitări intervin precum şi determinarea mărimilor acestora poate fi un proces iterativ.

2. Geometria: trebuie făcută o analiză despre modul în care solicitările exterioare măsurate se transleazā în tensiuni sau deformații în puncte critice ale structurii – în general în zonele ce conțin concentratori de tensiune. Transformarea poate fi calculată prin reprezentarea tabelară a factorilor de concentrație a tensiunii, prin experimente fotoelastice, sau din rezultatele analizei elementelor finite.

3. Materialul: pentru materialele componente ale structurii trebuie să dispunem de influența solicitării de oboseală şi de deformare ciclică. Informațiile despre deformarea ciclică sunt utilizate la modelarea materialelor, inclusiv la modele mai noi, multiaxiale, care urmăresc comportamentul tensiune-deformație în punctele critice. *Figura 1.3* arată că un anumit număr de factori influențează cele trei elemente de bază ale proiectării arătate mai sus. Exploatarea anterioară sau experiența în utilizare pot influența alegerea materialului sau pot sugera ajustarea nivelului de solicitare proiectat. Deformarea materialului poate fi influențată de mai mulți factori:
- modalitatea de prelucrare: la rece, prin sudare, detensionarea suprafeței;
- acțiunea mediului înconjurător ce poate produce coroziune, eroziune sau uzură;
- utilizarea piesei la temperaturi mari.

Efectele acestor variabile se exprimă prin schimbări ale curbei de tensiune-deformație. De exemplu, aşa cum se observă la temperaturi mari intervine o coborâre a curbei caracteristice, pe când la temperaturi scăzute apare fenomenul de tranziție de la comportamentul ductil la cel fragil. Acest din urmă aspect se poate întâmpla şi sub temperaturi de +5^{0}C.

1.4. Mecanisme de distrugere prin oboseală

Fenomenul de oboseală a materialelor reprezintă o degradare în timp a structurii acestora, accentuată pe măsura menținerii în continuare a unei solicitări repetate. Există trei etape în degradarea structurală prin fenomenul de oboseală:
- inițierea degradării;
- propagarea unei microfisuri;
- ruperea finală.

În oboseala de scurtă durată a probelor încărcate axial (aproximativ N_f<100000 cicluri), faza de inițiere a degradării cuprinde o perioadă foarte mică şi în cea mai mare parte a perioadei se propagă o fisură de lungime mică. În oboseala pe termen lung, aproape de limita de oboseală, cea mai mare parte a duratei de viață este folosită pentru a dezvolta fisuri microstructurale, în timp ce faza de propagare de la nivelul unui grăunte până la ruperea finală are o durată foarte mică. Primele două stadii nu sunt uşor de determinat cantitativ. De regulă, în proiectarea la oboseală se consideră că defecțiunea a intervenit imediat ce a fost inițiată o fisură sau aceasta a devenit vizibilă. În cele mai multe cazuri, durata propagării fisurii este ignorată, asigurând astfel un factor de siguranță care să împiedice inițierea oricărei degradări, fără a se ajunge în faza de propagare a fisurii. În cazul în care solicitările exterioare nu pot fi transferate către alte componente în timpul propagării fisurii, este posibil totuşi ca

regiuni locale supuse deformărilor plastice reversibile să nu prezinte vreo urmă vizibilă de defecțiune înainte de survenirea ruperii finale în componenta respectivă. Astfel, detectarea unei fisuri nu poate fi folosită ca metodă de prevenire a defecțiunii în proiectarea la oboseală. Totuși, în industriile în care componentele au un cost foarte ridicat (spre exemplu pentru presele de ștanțare, recipientele sub presiune mică din industria petro-chimică ce nu prezintă pericol de explozie iminent sau de intoxicare cu produsele deversate), la care siguranța nu are importanță vitală, se poate utiliza tehnica analizei propagării fisurii pentru a estima durata de viață rămasă până la înlocuire.

Figura 1.4 prezintă tehnica cea mai utilizată în acest sens în industria autovehiculelor. Se utilizează estimarea comportării locale la tensiuni și deformații, fie pentru a calcula deteriorarea dată de parametrul — fie pentru calculul propagării fisurii. Ambele metode presupun că proiectantul analist poate să măsoare sau să simuleze comportamentul la tensiune-deformație în punctele critice de oboseală.

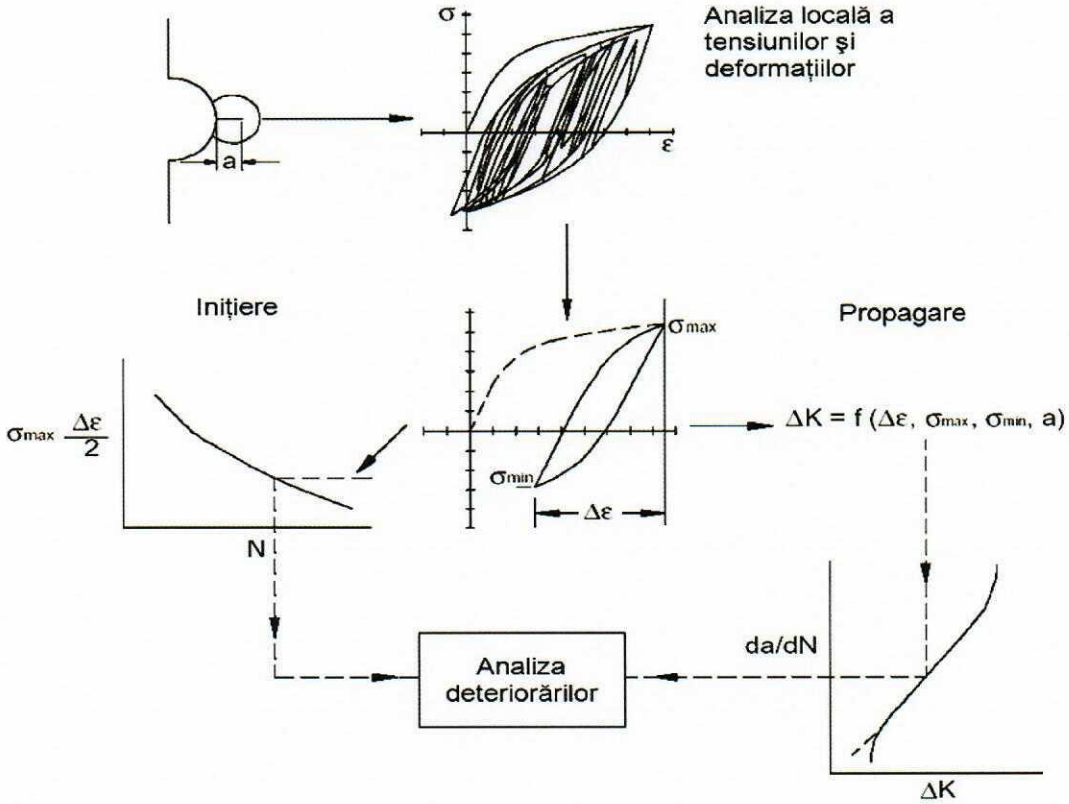


Fig. 1.4. Analiza locală a tensiunilor și deformațiilor

După ce curbele de histerezis individual au fost trasate și numărate, deteriorarea /defecțiunea este măsurată prin aplicarea parametrului Smith/Watson/Topper [3], care este dat de produsul dintre tensiunea maximă și amplitudinea deformării, —.

În metoda propagării fisurii, deteriorarea poate fi dată prin măsurarea lungimii fisurii propagate, lungime determinată și creată de fiecare curbă, respectiv curba de variație a da/dN, în raport cu ΔK, unde K reprezintă intensitatea factorului de tensiune la vârful fisurii

iar ΔK reprezintă variaţia acestui factor pe măsură ce are loc propagarea fisurii. Ambele metode conduc la determinarea duratei de viaţă la oboseală. În viitorul apropiat se aşteaptă ca metodele bazate pe analiza tensiunilor şi deformaţiilor să domine analiza durabilităţii componentelor în mişcare, dar este foarte probabil ca metoda determinării vitezei de propagare a fisurii, sau o variantă a acesteia, să fie mai abordabilă şi verificabilă din punct de vedere experimental.

1.5. Reguli de bază privind proiectarea la oboseală

Se folosesc trei metode pentru a efectua proiectarea iniţială, ţinând cont de fenomenul de oboseală, sau pentru a analiza componente deja utilizate un anumit număr de ore în exploatare:

• **Proiectarea bazată pe tensiune:** utilizează curba σ-N, respectiv tensiunea maximă în raport cu numărul cicluri de solicitare până la deteriorarea/avarierea/cedarea/defecţiunea probelor încercate în condiţii de tensiune constantă şi controlată. In aceste condiţii, se poate caracteriza materialul şi se determină valoarea tensiunii în apropierea locului cedării pentru a evalua durata de viaţă proiectată în cazul solicitării la oboseală. Istoricul solicitării exterioare, pentru determinarea numărului de cicluri şi a deteriorării, trebuie evaluată în termenii concentratorilor de tensiune. Metoda nu se poate ocupa de evenimente care cauzează plasticitate locală şi, ca urmare, este limitată la a proiecta curba de oboseală a materialului în zona *durabilităţilor ridicate*. Componentele pentru care nu se aşteaptă să prezinte o plasticitate ridicată, pot fi proiectate folosind această metodă.

• **Metodă propagării fisurii:** este folosită pe scară largă în industria avioanelor pentru a măsura rezistenţa şi durata de viaţă rămase a componentelor la care se produc fisuri neaşteptate. De obicei, proiectarea iniţială se bazează pe măsurarea tensiunii sau a oboselii locale dată de curba caracteristică tensiune-deformaţie şi apoi se face verificarea rezistenţei la propagarea fisurilor în eventualitatea că o fisură de oboseală scapă inspecţiei periodice obligatorii. O astfel de inspecţie ar fi dificil de aplicat vehiculelor terestre, astfel încât, pentru acestea se aplică o proiectare mai conservatoare, care să permită deducerea lungimii sau a severităţii fisurii, pentru a preveni fisurile critice de oboseală.

• **Metoda analizei tensiunii/deformaţiei locale:** mai sunt, uneori, numite tehnici „bazate pe deformare", dar de fapt utilizarea lor presupune măsurarea atât a tensiunii locale , cât şi a locaţiei critice a acesteia. Metoda este folosită predominant pentru componentele şi structurile din materiale fragile. Principalul element privind comportarea la oboseală îl reprezintă baza de date pentru materialele utilizate în mod obişnuit în construcţia de maşini. Datele despre oboseala datorată deformării permite estimarea duratei de viaţă a unei componente prin analiza comportării la tensiune/deformare, [4]. Metoda presupune că în timp ce o componentă poate fi supusă tensiunii elastice nominale în întregimea sa, în punctele de concentrare a tensiunii va apare o deformare locală plastică de la nivelul căreia se vor iniţia fisuri locale care se vor propaga, conducând în cele din urmă la cedarea totală a componentei.

Foarte importantă în acest caz este ceea ce se intâmplă în aria de tranziție dintre zona deformată elastic şi cea deformată plastic. Deşi este posibil să fie proiectate componente care să se mențină sub nivelul tensiunii de curgere, constrângerile legate de greutate cer o durată de viață finită, care, la rândul ei, conduce la necesitatea unei metodologii de prezicere a duratei de viață în funcționarea la solicitare variabilă.

Metodologia prezentată în *figura 1.5* necesită definirea a două proprietăți sau relații: o relație între tensiune şi deformație şi o relație între deformație şi durata de viață. Alți termeni sunt adesea introduşi pentru a ajuta la înțelegerea deformării materialului şi a comportamentului la oboseală, deformare elastică, deformare plastică, reveniri ale defectelor, variabilele fundamentale care sunt observate în cadrul încercării materialelor fiind tensiunea, deformația şi numărul de cicluri de solicitare. Toți ceilalți termeni sunt derivați din cele trei mărimi menționate.

Deoarece sunt doar trei variabile, trebuie definite doar două relații şi nu are importanță prea mare care dintre ele. Ar putea fi, spre exemplu, relația σ-N sau ε-N dar, de obicei, sunt definite σ-ε şi ε-N. În utilizarea actuală, unele dintre variabilele derivate sunt folosite pentru a exprima alte concepte, iar seturile redundante de ecuații/egalități potrivite în diferite moduri, pot cauza dificultăți de previzionare, referirea la variabilele fundamentale clarificând anumite problemele de ajustare.

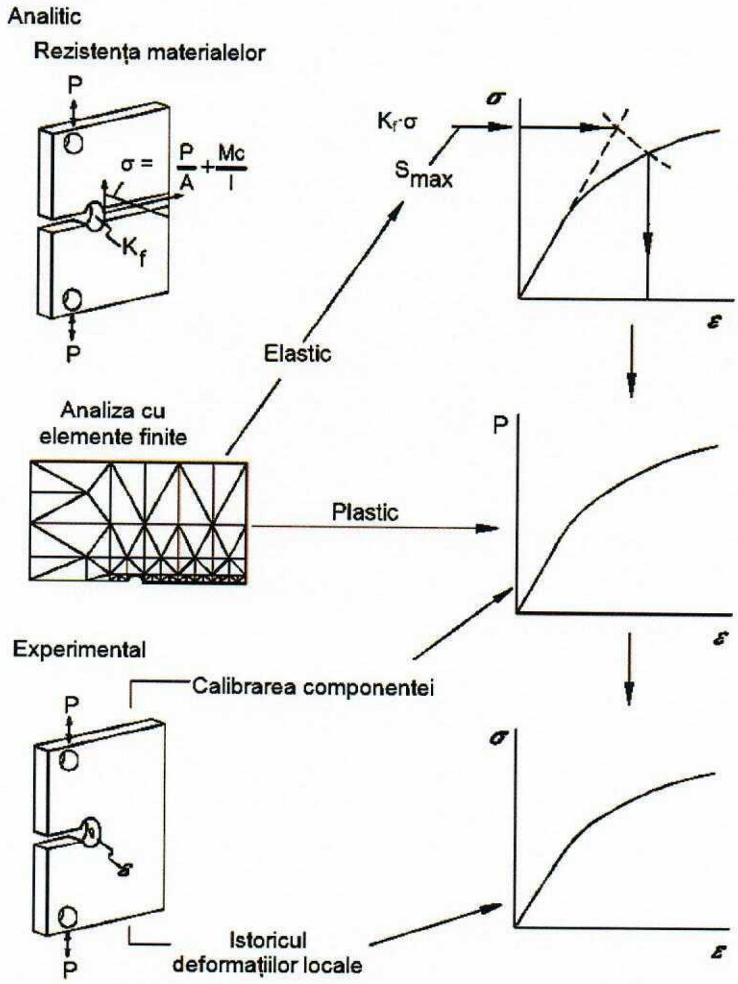


Fig. 1.5. Tehnici de evaluare a tensiunii locale şi a deformațiilor, localizarea zonelor critice

1.6. Estimarea duratei de viaţă

Există o serie de metode disponibile care utilizează datele legate de deformaţii pe baza cărora se încearcă să se estimeze durata de viaţă a componentelor. In funcţie de gradul de complexitate acestea sunt:

1. **Încercarea structurilor/componentelor la oboseală**: atunci când estimarea tensiunii locale sau a locaţiei defectului critic sunt dificil de făcut (de exemplu: structuri complexe, sudate sau lipite), această încercare poate fi oportună, în cazul în care structura în sine nu este foarte scumpă pentru a testa un număr suficient de probe cu amplitudine constantă a solicitării. Sarcinile sunt, de obicei, alese astfel încât să reproducă sarcinile de serviciu prognozate. Metoda devine dificilă atunci când condiţiile reale de la frontieră nu se pot reproduce în mod fidel, şi este foarte greu de utilizat atunci când probele sunt scumpe. Avantajul îl reprezintă faptul că piesele prezintă particularităţi de geometrie, având şi concentratori de tensiune. Trecerea de la o încărcare cu amplitudine constantă la încărcări reale se poate face cu ajutorul criteriului Palmgren-Miner ce se va descrie ulterior în cadrul prezentului curs..
2. **Componente cu geometrie simplă**: într-o probă cu concentrator supusă la o solicitare specificată, valorile deformaţiilor locale se pot determina pe baza analizei cu elemente finite sau pe baza determinării experimentale cu ajutorul tensometriei electrice rezistive. Deteriorarea cauzată de diferite cicluri este apoi însumată pentru fiecare eveniment. Modele efectuate cu ajutorul computerului privind comportamentul local plastic sunt utilizate pentru a delimita buclele de histerezis individual şi pentru a calcula deteriorarea produsă de fiecare dintre acestea şi mai apoi deteriorarea totală.
3. **Structuri complexe pe componente**: structurile complexe au mai multe zone în care se aplică solicitările variabile şi mai multe zone potenţial critice la oboseală. În ultimul deceniu, metodele folosite pe componente mai simple, descrise pe scurt mai sus, *au fost extinse* pentru a gestiona sarcinile aplicate la toate componentele din cadrul unei structuri complexe. Cheia a fost reprezentată de o combinaţie între *modelarea cu elemente finite şi suprapunerea de efecte* în vederea calculării istoricul solicitărilor pentru fiecare element al structurii. Având acest istoric, se poate calcula deteriorarea prin oboseală pentru fiecare element al structurii.
4. **Cazuri de deformare multiaxială**: deşi au fost făcute progrese semnificative privind estimarea comportării la oboseală sub încărcare multiaxială, este încă foarte problematic calculul exact al unei mărimi ce intervine la solicitarea de oboseală: tensiune, deformaţie, concentrator de tensiune, etc. Selectarea unui "eveniment" de oboseală, cum ar fi o buclă de histerezis închis, este o altă problemă, apărând dificultatea de evaluare finală a deteriorării, a curbei tensiune-deformaţie şi a deformării componentelor. Deşi sunt disponibile unele soluţii, punerea lor în aplicare ar trebui să fie utilizate cu mare prudenţă şi cu coeficienţi de siguranţă mari. Determinarea duratei de viaţă presupune criteriul liniar de cumulare a deteriorărilor (Palmgren-Miner), ce reprezintă o metodă de evaluare

a numărului de cicluri din cadrul solicitării reale și transformarea acestora în cicluri de solicitare de amplitudine constantă precum și o determinare a deteriorării cumulative care implică cunoașterea proprietățile la oboseală a materialului ce urmează a fi utilizat.

Bibliografie

[1] Fig.1.2 *[Jaap Schijve, Fatigue of structures and materials -2010, pg. 5].*
[2] Cap. 1.2 [***, Automotive steel design manual - August 2005, cap.3]
[3] Smith, R.N., Watson, P., and Topper, T.H., "A Stress-Strain Parameter for the Fatigue of Metals," *Journal of Materials,* Vol. 5, No. 4, 1970, 767-778
[4] Topper, T.H., R.M.Wetzel, J.Morrow, "Neuber's Rule Applied to Fatigue of Notched Specimens," ASTM, J.of Materials V4 N1, March 1969, pp.200-209

CAPITOLUL 2. ETAPELE ŞI LOCAŢIA FISURĂRII DE OBOSEALĂ

2.1. Etapele degradării prin oboseală

Deformaţiile elastice reprezintă deplasări reversibile ale atomilor în reţeaua cristalină şi, ca valoare, sunt legate de distanţa interatomică. *Deformaţiile plastice* sunt rezultatul deplasării ireversibile a reţelei cristaline şi se produc ca urmare a deplasării planelor suplimentare de atomi după anumite direcţii preferenţiale.

Componentele şi echipamentele specifice ingineriei mecanice, supuse la solicitări variabile, se pot rupe chiar dacă tensiunea maximă aplicată este inferioară limitei de elasticitate a materialului. Solicitarea variabilă ce produce deformaţii plastice metalului poate cauza schimbări continue în material, atunci când se atinge o anumită stabilitate ciclică. Anumite materiale pot fi mai mult sau mai puţin rezistente la solicitare ciclică producându-se, după caz, o întărire sau o înmuiere a acestora. Unele materiale pot fi stabile la oboseală în timp ce la alte materiale se produce o degradare continuă. Pentru a înţelege răspunsul unui material la solicitarea variabilă în timp, trebuie să avem în vedere deformaţiile plastice, dislocaţiile şi posibilitatea mişcării acestora în timpul solicitării.

Cele mai multe metale au o *structură policristalină* cu cristale şi grăunţi aşezaţi ordonat. Fiecare grăunte are proprietăţi mecanice particulare, o anumită direcţie de aranjare atomică şi proprietăţi direcţionale. Anumiţi grăunţi sunt astfel orientaţi încât este favorizată o mişcare a dislocaţiilor pe direcţia tensiunii tangenţiale maxime. Gradul de alunecare sau deformarea ciclică este relativă la structura cristalografică a metalului şi este dat, în special, de ductilitatea acestuia. In metalele care au o comportare preponderent fragilă, dislocaţiile sunt practic imobile iar alunecarea este limitată.

Procesului de degradare la solicitări variabile îi sunt caracteristice, în general, trei etape distincte, *figura 2.1*, în care se manifestă mecanisme diferite. Aceste etape sunt:

1. *Iniţierea degradării/fisurii*, care se referă la incipienţa acesteia în jurul unor defecte de material sau pe baza unor mecanisme care au loc la nivelul reţelei cristaline până când

microfisura capătă dimensiuni care permit detectarea prin procedeele de control nedistructiv. Ca urmare, acestei etape îi este caracteristică iniţierea microfisurilor şi extinderea acestora până la nivelul de macrofisuri. O serie de cercetări experimentale au evidenţiat faptul că, această etapă este extrem de importantă, extinderea ei reprezentând până la 90% din durata de viaţă a unei piese;

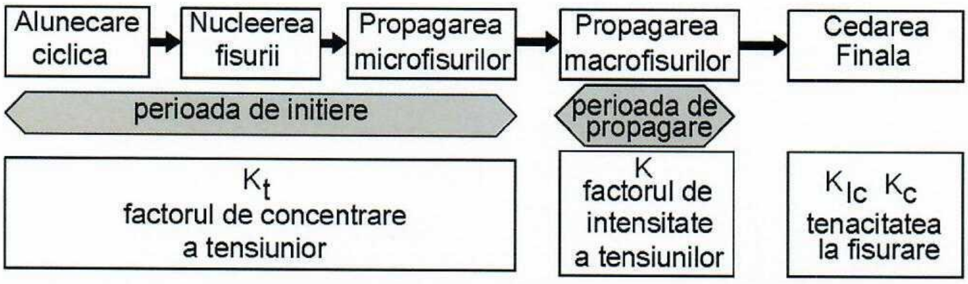


Fig. 2.1. Diferite etape ale fenomenului de oboseală şi mărimi caracteristice

2. *Propagarea fisurilor* de oboseală. In cursul acestei etape macrofisura se extinde cu o viteză mai mare sau mai mică, în funcţie de material şi de intensitatea sarcinii aplicate. Apariţia unor metode moderne de măsurare-detectare cum ar fi: microscopia electronică, tehnica curenţilor turbionari, măsurătorile pe baza diferenţei de potenţial, emisiile acustice, unde ultrasonice, etc., au permis elaborarea unor studii aproape complete asupra acestei etape.
3. *Ruperea finală* se produce atunci când lungimea fisurii atinge o valoare la care apare instabilitatea în extensia acesteia.

In *figura 2.2* sunt prezentate moduri posibile de degradare în fiecare dintre etapele descrise mai sus.

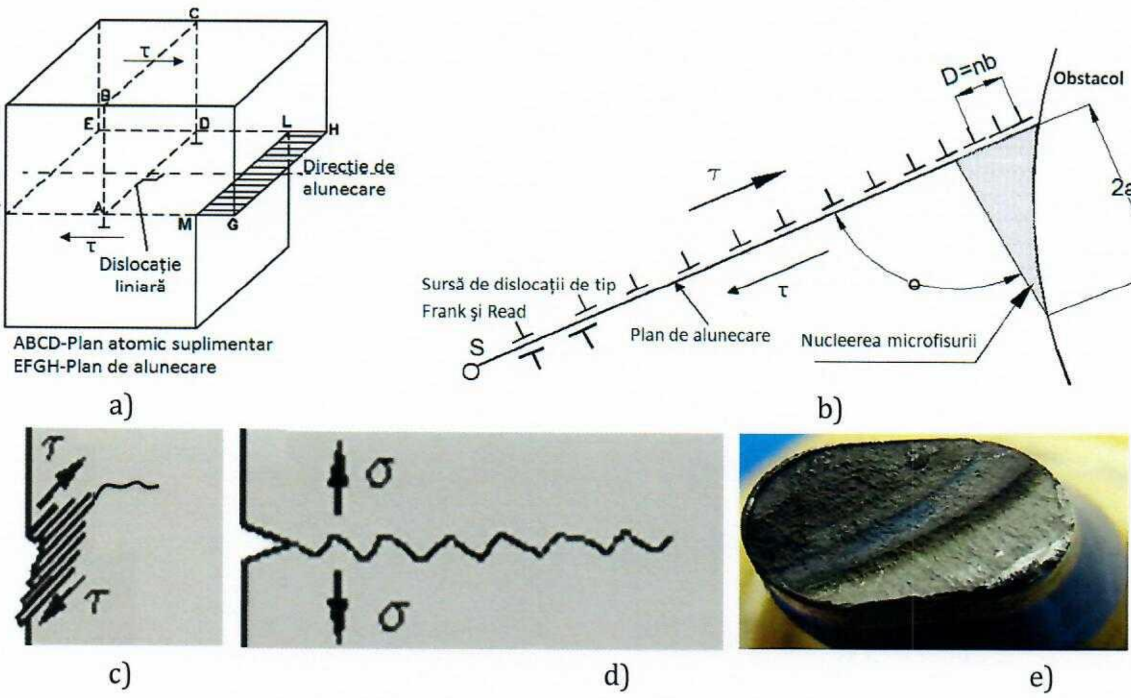


Fig. 2.2. Etape şi moduri posibile de degradare

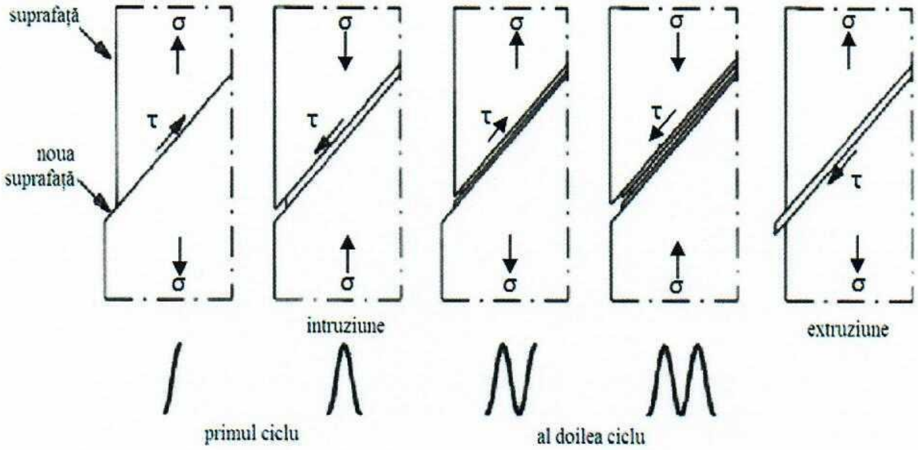
Astfel, în *figura 2.2a* este prezentată **alunecarea dislocaţiilor** reprezentată de planul atomic suplimentar de atomi care se deplasează pe direcţia de alunecare, în final rezultând zona liberă GHLM. In *figura 2.2b* este prezentat modul de **nucleere a microfisurii** pe baza mecanismului de alunecare a dislocaţiilor şi, fie a blocării acestora pe un obstacol (cazul din *figura 2.2b*) fie prin ajungerea unui tren de dislocaţii la suprafaţă, (cazul din *figura 2.2a*). După iniţierea microfisurii pe baza mecanismelor de alunecare sub solicitarea cu tensiuni tangenţiale τ, are loc propagarea în continuare a microfisurii, *figura 2.2c*. Urmează etapa în care se dezvoltă o macrofisură ce se propagă sub acţiunea tensiunilor normale σ, *figura 2.2d*. Dimensiunea fisurii se poate determina aici cu ajutorul metodelor de control nedistructiv. Cedarea finală are loc atunci când în suprafaţa rămasă nefisurată tensiunile ating valoarea de decoeziune a suprafeţei, *figura 2.2e*.

2.2. Degradarea iniţială

Iniţierea şi propagarea fisurilor de oboseală reprezintă o consecinţă a deplasării benzilor de alunecare. Aceasta implică deformaţii plastice ciclice, ca urmare a mişcării dislocaţiilor. Oboseala apare la *amplitudini ale tensiunilor aflate sub limita de curgere*. La un astfel de nivel redus al tensiunilor, deformarea plastică este limitată la un număr mic al grăunţilor de material. Această micro-plasticitate poate apărea mai uşor în grăunţii aflaţi la suprafaţa materialului, deoarece o parte dintre legături lipsesc. Pe de altă parte, tot la suprafaţă acţionează factorii de mediu, de obicei un mediu gazos sau lichid. Ca o consecinţă, deformarea plastică în grăunţii de la suprafaţă este mai mare decât în grăunţii din interior aşa că la suprafaţă deformarea plastică poate apare la tensiuni mai mici.

Alunecare ciclică presupune o tensiune de forfecare ciclică. La nivel microscopic tensiunea de forfecare nu este distribuită uniform în material. Tensiunea de forfecare la nivelul benzilor de alunecare cristalografice diferă de la grăunte la grăunte, în funcţie de dimensiunea şi forma acestora, în funcţie de orientarea lor cristalografică şi în funcţie de anizotropia elastică a materialului. În unii grăunţi de la suprafaţa materialului, aceste condiţii sunt mai favorabile pentru alunecarea ciclică decât în grăunţii de la interior. Dacă alunecarea apare într-un grăunte de suprafaţă, un prim pas de alunecare se va produce la suprafaţa materialului, a se vedea *figura 2.3a*. Un pas de alunecare implică faptul că o zonă de material nou este expus mediului înconjurător. Acest nou material de la suprafaţă va fi imediat acoperit cu un strat de oxid, aproape indiferent de mediul înconjurător, cel puţin pentru majoritatea materialelor structurale. Astfel de straturi foarte subţiri aderă puternic la suprafaţa materialului şi nu pot fi îndepărtate cu uşurinţă. Un alt aspect semnificativ îl reprezintă faptul că, în timpul solicitării şi producerii alunecării, în benzile de alunecare apar zone de „întărire". In consecinţă, la descărcare (*figura 2.3b*), pe aceeaşi bandă de alunecare va fi prezentă o tensiune de forfecare mai mare, acum în direcţie inversă. Alunecarea inversă se va produce de preferinţă în aceeaşi bandă de alunecare. Dacă alunecarea ciclică ar fi un proces complet reversibil, fenomenul de oboseală descris pe baza alunecărilor nu ar fi avut loc. In aceste condiţii se pot menţiona două motive care fac ca acest proces să nu fie reversibil. În primul

rând, stratul subţire de oxid nu poate fi pur şi simplu eliminat din etapa de alunecare. În al doilea rând, apariţia zonei de „întărire" din banda de alunecare nu este un proces reversibil. Ca urmare, alunecarea inversă, deşi apare în aceeaşi bandă de alunecare, va avea loc pe planuri adiacente paralele. Acest lucru este indicat schematic în *figura 2.3b*. O aceeaşi secvenţă de evenimente pot apărea în al doilea ciclu, a se vedea *figura 2.3c* şi *figura 2.3d*.



a) b) c) d) e)

Fig. 2.3. Alunecarea ciclică ce conduce la nucleerea fisurii

Figura 2.3 oferă o imagine simplificată de unde, totuşi, se pot desprinde câteva observaţii importante:

(I) un singur ciclu de solicitare este suficient pentru a crea o intruziune, microscopică în material, *figura 2.3b*, care de fapt reprezintă o microfisură, sau/şi o extruziune, *figura 2.3e*;

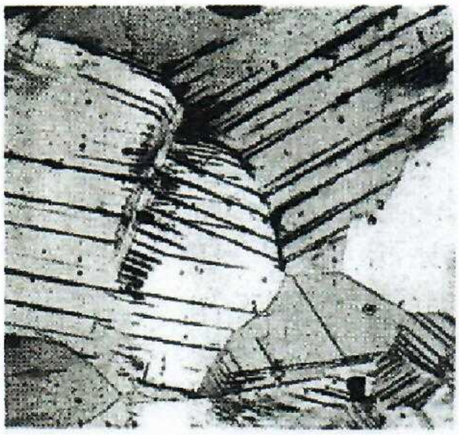
(II) mecanismul care apare în primul ciclu poate fi repetat în al doilea ciclu şi în ciclurile următoare şi poate provoca extinderea fisurii în fiecare ciclu;

(III) iniţierea primei microfisuri este de aşteptat să apară de-a lungul unei benzi alunecare. Acest lucru a fost confirmat de mai multe investigaţii microscopice, a se vedea *figura 2.4*. Banda de alunecare din *figura 2.4a* este de fapt o microfisură aşa cum se confirmă în *figura 2.4b*, după ce banda de alunecare este iniţiată prin aplicarea unei deformaţii plastice de 5%. Ca urmare, o parte a acestei benzi de alunecare este deja vizibilă după o solicitare la oboseală cu o durată mai mică de 0,5%;

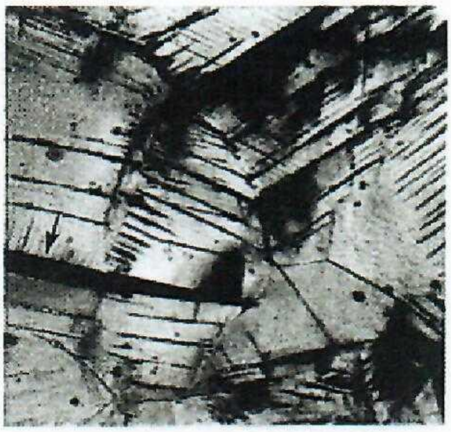
(IV) în *figura 2.3* schimbarea planelor de alunecare în timpul încărcării şi descărcării conduce la apariţia unei intruziuni, *figura 2.3d*. In cazul în care alunecarea inversă va avea loc la partea inferioară a benzii de alunecare, se obţine o extruziune, a se vedea *figura 2.3e*. Din punct de vedere al potenţialului energetic aplicat alunecării, intruziunea este o consecinţă mai probabilă a alunecării ciclice într-o bandă alunecare;

(V) mecanismul de intruziune prezentat în *figura 2.3b*, chiar dacă ar fi diferit sau mai complicat, presupune întreruperi ale legăturilor între atomi, ca urmare apare decoeziunea reţelei cristaline, fie prin tracţiune, fie prin forfecare, sau ambele. Decoeziunea apare în cazul în care, o bandă de alunecare pătrunde printr-o suprafaţă liberă. Ea poate apărea, de asemenea, la vârful unei fisuri nucleată prin oboseală. Întreruperea legăturilor la vârful fisurii

ar putea fi, de asemenea, cauzată de generarea unei dislocații în această zonă. Este de așteptat ca decoeziunea să fie accelerată de un mediu agresiv. Datorită legăturilor mai puține din zona suprafeței libere, alunecarea se poate produce cu ușurință aici, aceasta fiind o condiție favorabilă și pentru inițierea fisurii la suprafața materialului. Deoarece distribuția tensiunilor este neomogenă, de cele mai multe ori valoarea maximă a acesteia se înregistrează chiar la suprafață. În plus, rugozitatea suprafeței conduce, de asemenea, la inițierea fisurii în această zonă. Alte deteriorări ale suprafeței, cu un efect similar, sunt reprezentate de ciupiturile produse de coroziune sau eroziune. Ca urmare, cea mai importantă concluzie ce se poate desprinde este: la solicitarea de oboseală, perioada de inițiere a fisurii este un fenomen care apare preponderent la suprafața materialului.



a). Benzi de alunecare



b). Apariția microfisurii (deformare plastică cu 5%)

Fig. 2.4. Dezvoltarea benzilor de alunecare ciclice și a microfisurii într-o probă din cupru [1] (σ_m=0, σ_a=77,5 MPa, N=2·10^6 cicluri)

2.3. Propagarea fisurii

Atâta timp cât mărimea microfisurii este de ordinul unui singur grăunte cristalin, microfisura este, evident, prezentă într-un material elastic anizotrop, cu o structură cristalină și un număr de sisteme de alunecare diferite. Microfisura contribuie la o distribuție neomogenă a tensiunilor la nivel microstructural, cu o concentrație a tensiunilor la vârful microfisurii. In aceste condiții pot fi activate mai multe sisteme de alunecare. Mai mult decât atât, în cazul în care fisura se propagă în anumiți grăunți, în grăunții învecinați apare o tendință de împotrivire la propagare ceea ce face ca benzile de alunecare să fie mai active. In aceste condiții, va fi tot mai dificil pentru benzile de alunecare să se orienteze după un singur plan de alunecare, paralel cu planele cristalografice. Ca urmare, ar trebui să apară plane de alunecare în direcții diferite. Direcția de propagare a microfisurii se va abate de la orientarea inițială a benzii de alunecare. În general, fisura are tendința să se propage în continuare pe o direcție perpendiculară pe direcția de solicitare, *figura 2.5*.

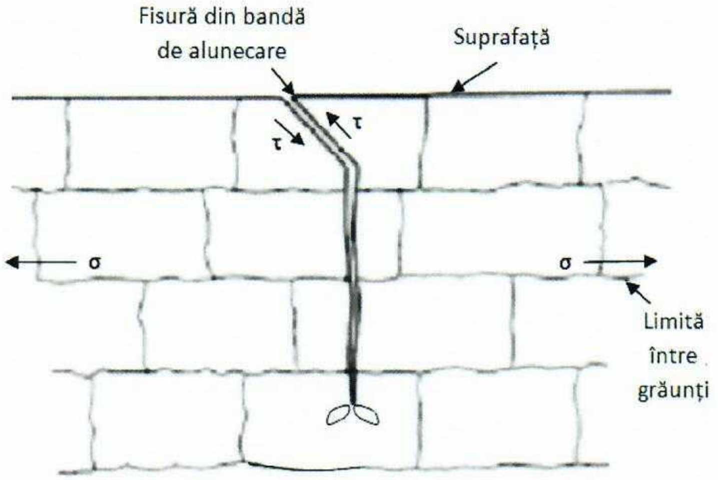


Fig. 2.5. Inițierea și propagarea microfisurii

Deoarece propagarea microfisurii depinde de ciclicitatea deformației plastice, barierele în calea benzilor de alunecare pot conduce la împiedicarea propagării fisurii. Acest lucru este ilustrat în *figura 2.6.*

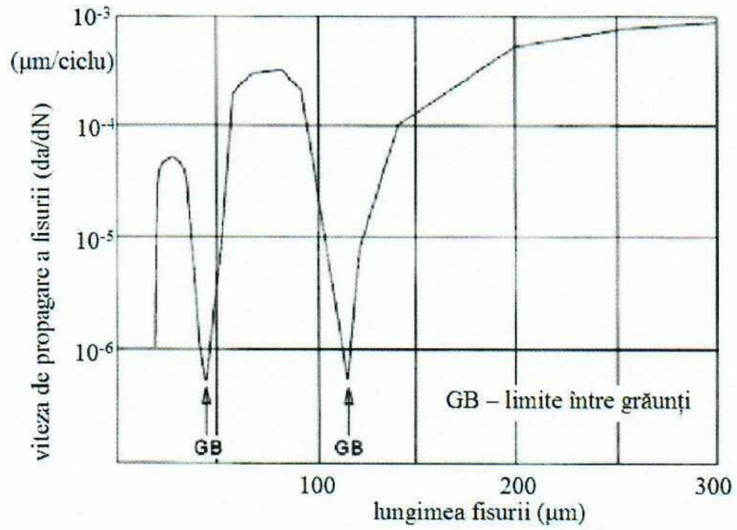


Fig.2.6. Efectul limitelor dintre grăunți asupra propagării fisurii într-un aliaj din aluminiu [1]

Viteza de creştere a fisurii, măsurată ca lungime raportată la un ciclu de solicitare, descreşte atunci când vârful fisurii ajunge la limita dintre grăunți. După trecerea prin această limită, viteza de propagare a fisurii creşte la trecerea prin următorul grăunte, dar scade din nou atunci când se apropie următoarea limită. După trecerea şi a acestei limite, microfisura continuă să se propage cu o viteză aproximativ constantă.

În literatura de specialitate se regăsesc mai multe observații cu privire la propagarea inițial neomogenă a fisurii, care se extinde cu o viteză relativ mare la început care scade sau chiar devine zero din cauza barierelor structurale ale materialului. Cu toate acestea, lucrurile se schimă în condițiile în care fisura se propagă printr-un număr suficient de grăunți, aşa cum este indicat schematic în *figura 2.7.*

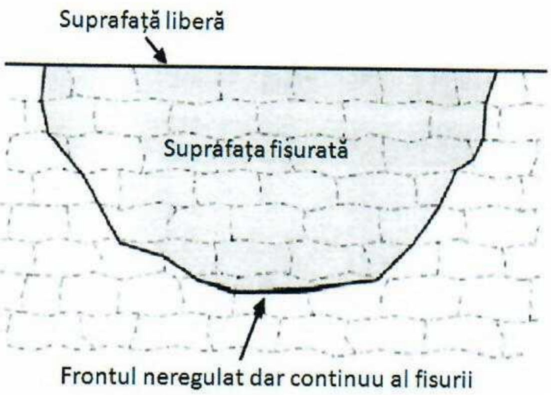


Fig. 2.7. Frontul fisurii trecând prin mai mulţi grăunţi

Deoarece frontul de propagare a fisurii trebuie să fie unul *coerent şi continuu*, fisura nu se poate propaga pe direcţii arbitrare prin grăunţi, viteza de propagare a fisurii fiind dependentă de propagarea prin grăunţii adiacenţi. Această continuitate previne apariţia unor gradienţi în ceea ce priveşte viteza de propagare a fisurii de-a lungul frontului acesteia. De îndată ce numărul grăunţilor în lungul frontului fisurii devine suficient de mare, propagarea fisurii apare, mai mult sau mai puţin, ca un proces continuu de-a lungul frontului fisurii. Frontul fisurii poate fi aproximat cu o linie continuă de formă semi-eliptică. Viteza de propagare a fisurii va depinde doar de rezistenţa sau tenacitatea materialului. In acest moment, cele două aspecte enumerate mai sus şi care ţineau de caracteristicile suprafeţei nu mai sunt relevante pentru propagarea fisurii în interiorul materialului. Acest lucru conduce la o a doua concluzie importantă: tenacitatea la propagarea fisurii, atunci când aceasta pătrunde în material, depinde doar de proprietăţile intrinseci ale materialului, nemaifiind un fenomen care să depindă de caracteristicile suprafeţei.

2.4. Mecanismul propagării fisurii de oboseală

În secţiunea precedentă, au fost discutate perioadele de iniţiere şi propagare a fisurii. Tranziţia de la perioada de iniţiere la perioada de propagare nu a fost încă foarte bine definită. Această perioadă nu poate fi dată în termeni cantitativi, dar, din punct de vedere calitativ, poate fi utilizată următoarea definiţie: perioada de iniţiere se presupune a fi încheiată când dezvoltarea în continuare a fisurii nu mai depinde de condiţiile determinate de suprafaţa liberă. Acest lucru implică faptul că, propagarea fisurii începe atunci când, viteza şi direcţia propagării fisurii este controlată doar de rezistenţa intrinsecă a materialului la propagarea fisurii. Mărimea atinsă de microfisură la tranziţia de la perioada de iniţiere la perioada de propagare va fi semnificativ diferită pentru diferite tipuri de materiale. Tranziţia depinde de barierele micro-structurale care urmează să fie depăşite de către microfisura în propagare, iar aceste bariere nu sunt aceleaşi în toate materialele.

Deoarece, în perioada de iniţiere a fisurii viteza de propagare a acesteia este, încă, scăzută, această perioadă poate acoperi o parte semnificativă din întreaga durată de viaţă a materialului supus solicitărilor variabile. Acest lucru este ilustrat de *figura 2.8* în care se arată

o imagine generalizată a etapelor de inițiere și propagare ale fisurii, care arată schematic procesul de dezvoltare a fisurii în funcție de durata de viață procentuală, $\frac{n}{N}100$, cu n numărul de cicluri de oboseală real și N numărul de cicluri până la cedare. La cedare completă avem n/N = 1 = 100%.

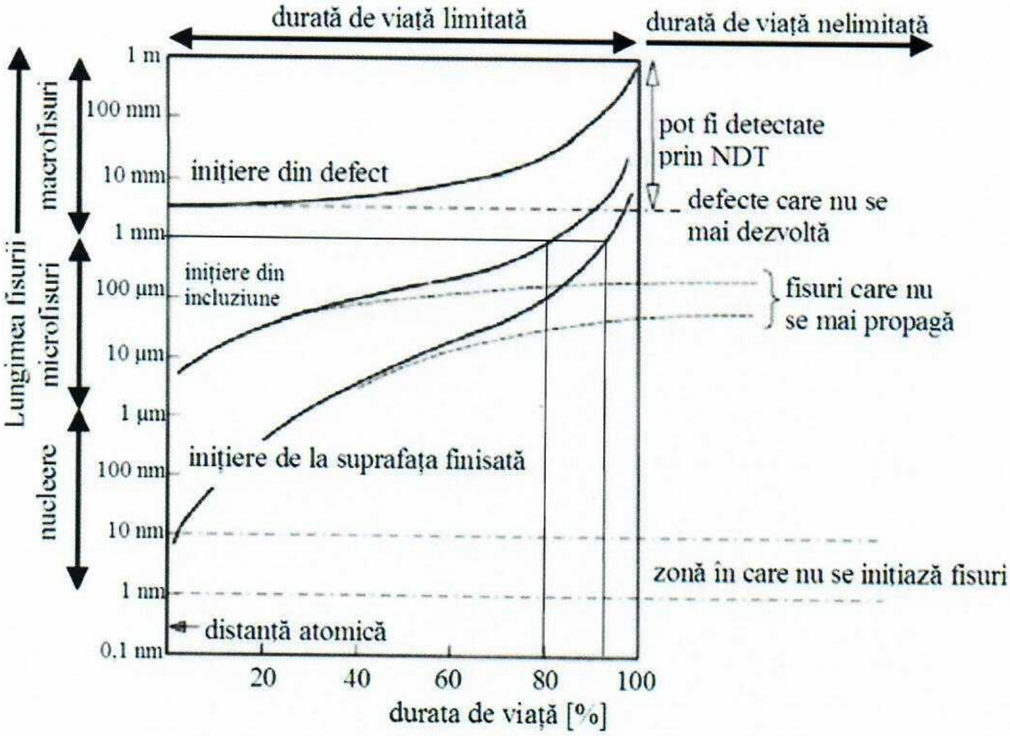


Fig. 2.8. Diferite scenarii de inițiere și propagare a fisurii

In *figura 2.8* sunt prezentate trei curbe, toate în acord cu inițierea fisurii prin oboseală dar cu valori diferite a lungimii fisurii inițiale. Curba inferioară corespunde inițierii microfisurii de la suprafața materialului. In acest caz se poate aplica mecanismul de inițiere prezentat în *figura 2.3*. Curba de mijloc prezintă o fisură dezvoltată de la nivelul unei incluziuni existente în material. Curba de sus este asociată cu o fisură pornind de la un defect major de material, care, în mod obișnuit, nu ar trebui să fie prezent în material, cum ar fi defecte într-o asamblare sudată. *Figura 2.8* ilustrează câteva aspecte interesante care sunt dezvoltate în cele ce urmează:

(I) ordonata, ce reprezintă lungimea fisurii, este trasată la scală logaritmică, variind de la 0,1 nanometri (nm) până la 1 metru. (1 nanometru = 10^{-9} m). Microfisurile, pornind de la suprafața liberă, pot avea o lungime de sub un micron (l<1 μm). Microfisurile ce se propagă de la nivelul incluziunilor au dimensiune similară cu cea a incluziunilor. Această dimensiune poate fi, încă, în gama de sub-milimetru. Numai pornind de la defecte macroscopice fisurile pot avea o lungime care să ne permită detectarea nedistructivă (NDT - Non Distructive Testing);

(II) cele două curbe inferioare ilustrează faptul că, cea mai mare parte a vieții de oboseală este cheltuită cu o dimensiune a fisurii mai mică de 1 mm, adică cu o dimensiune a fisurii practic invizibilă pentru metodele de detectare clasice utilizate;

(III) prin liniile punctate din *figura 2.8* se indică posibilitatea ca fisurile să nu se propage întotdeauna până la cedare. Acest lucru implică faptul că trebuie să fi existat bariere în materialul care a oprit propagarea fisurii.

Figura 2.8 prezintă scenarii generalizate legate de eventuale evoluții ale fisurii. Pentru a înțelege mai multe despre fenomenul de oboseală, în diferite condiții practice, trebuie avute în vedere câteva aspecte ale acestui mecanism, şi anume:

(1) natura cristalografică a materialului;
(2) inițierea fisurii din incluziuni;
(3) fisuri mici, bariere la propagarea fisurii, praguri la propagarea fisurii;
(4) numărul de fisuri inițiate;
(5) efectele condițiilor de suprafață;
(6) propagarea macrofisurilor şi existența striațiilor;
(7) efectele mediului înconjurător;
(8) solicitări de tracțiune şi torsiune ciclică.

2.5. Aspecte cristalografice ale inițierii fisurii

Aşa cum s-a arătat înainte, nucleerea inițială a unei microfisuri arată tendința acesteia de a se dezvolta de-a lungul unei benzi alunecare. Prin urmare, este de aşteptat ca aspectul cristalografic al unui material să aibă o anumită influență asupra comportamentului mecanic în timpul perioadei de inițiere. Proprietățile cristalografice variază de la un material la altul. Ca o consecință, inițierea microfisurii depinde caracteristicile materialului. Aspecte care urmează a fi menționate aici sunt:

- tipul de rețea cristalină, anizotropie elastică, alotropie;
- sisteme de alunecare, alunecarea secțiunilor transversale;
- dimensiunea şi forma grăunților;
- variația de orientare a cristalelor în raport cu grăunții rețelei cristaline.

Cele trei rețele cristaline bine cunoscute sunt: cubică cu fețe centrate (CFC) pentru Al, Cu, Ni şi Fe-γ, cubică cu volum centrat (CVC) pentru Fe-α şi Ti-β, şi hexagonală pentru Ti-α şi Mg. Comportamentul elastic şi plastic al unui material depinde de structura sa cristalină, dar, chiar şi pentru aceeaşi rețea cristalină, pot apărea diferențe mari. Anizotropia elastică poate varia în mod considerabil, aşa cum este ilustrat de modulul lui Young, E, din tabelul de mai jos [1].

Material	E_{max}[111] [MPa]	E_{min}[111] [MPa]	E_{max}/E_{min}
Fe-α	284500	132400	2,15
Al	75500	62800	1,2
Cu	190300	66700	2,85

Anizotropia este mai mare pentru cupru, mai mică pentru Al, cu Fe-α (ferită) aflându-se într-o poziţie intermediară. Oboseala apare, în general, la un nivel de tensiune redus, fără deformare macroplastică iniţială. In fapt, definiţia fenomenului de oboseală îl reprezintă degradarea materialului în condiţii de solicitare variabilă în domeniul elastic. Ca rezultat al anizotropiei elastice, distribuţia tensiunii de la grăunte la grăunte este neomogenă, cu reprezentarea schematică prezentată în *figura 2.9*, pentru care distribuţia omogenă a tensiunii la nivelul unui grăunte este o aproximare. Neomogenitatea în distribuţia tensiunii la nivelul grăunţilor este mai mică pentru aluminiu şi aliajele sale, dar mult mai mare pentru oţel şi cupru. Cei mai mulţi grăunţi în aliajele din aluminiu prezintă o distribuţie similară a tensiunilor, în timp ce pentru oţel şi alte materiale anizotrope, nivelul tensiunilor variază în mod semnificativ de la un grăunte la altul.

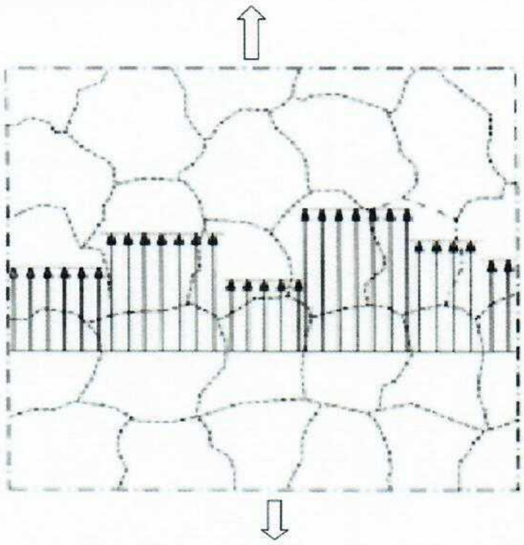


Fig. 2.9. Reprezentarea stării neomogene de tensiuni de la nivelul grăunţilor cristalini

Sistemele de alunecare sunt caracterizate de plane cristalografice pe care alunecarea apare pe direcţii preferenţiale. Sistemele de alunecare au fost studiate şi sunt bine documentate în cărţile din domeniul ştiinţei materialelor. Posibilitatea de alunecare a unei suprafeţe este importantă pentru mişcările dislocaţiei în scopul de a ocoli obstacolele şi de a continua să alunece pe planuri adiacente paralele. Alunecare planelor este mai uşoară în cazul în care energia stocată în material este mare. Aluminiul reprezintă un exemplu de alunecare facilă iar nichelul un exemplu de alunecare dificilă. Ca urmare, liniile de alunecare din Al sunt ondulate şi ciclice şi pot conduce la benzi de alunecare cu o grosime măsurabilă. În aliaje de Ni şi Cu, liniile de alunecare sunt definite mult mai puternic ca fiind linii drepte. Mai mult decât atât, în cazul în care numărul sistemelor de alunecare activat este limitat, microfisurile pot persista mai mult timp în creştere de-a lungul direcţiilor cristalografice. Acest comportament poate continua până la o lungime a fisurii de ordinul a 1 mm, în timp ce pentru fisuri produse în aliaje de Al pot fi mai mici de 0,1 mm, caz în care se dezvoltă mai mult sau mai puţin pe direcţie perpendiculară pe direcţia de solicitare. Aceste observaţii arată că micro comportamentul în dezvoltarea şi propagarea fisurii poate fi esenţial diferit pentru diferite tipuri de materiale.

2.6. Aspecte macroscopice şi microscopice ale ruperii prin oboseală

Fenomenul de oboseală este cauzat de solicitări variabile, iar forţele care cauzează cedări prin oboseală sunt substanţial mai mici decât cele care ar duce la o deformare plastică. Mai mult decât atât, acţiunea factorilor de mediu conduce la micşorarea rezistenţei la oboseală a unui material. Rezerva de rezistenţă la oboseală va depinde atât de severitatea acţiunii factorilor de mediu cât şi de numărul de cicluri de solicitare.

La solicitare statică, atunci când în interiorul materialului se introduce o tensiune ce depăşeşte o anumită valoare (la materialele ductile - limita de curgere) se iniţiază un fenomen de degradare care avansează în funcţie de comportarea materialului: ductilă, fragilă sau intermediară. In *figura 2.10* se prezintă modurile de rupere (degradare) finală sub acţiunea diferitelor solicitări.

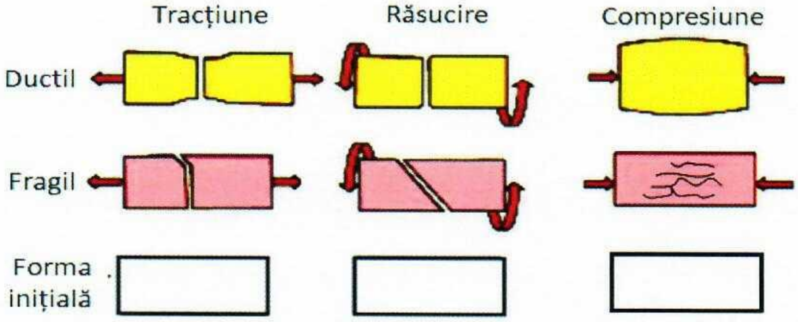


Fig. 2.10. Moduri de rupere la depăşirea sarcinii de funcţionare statică: comportament ductil şi fragil

Până se se ajungă la ruperea finală, degradarea trece printr-un proces continuu ce depinde de mai mulţi factori. Pentru solicitarea de oboseală, modul de iniţiere, propagare şi rupere finală, conduce la suprafeţe rupte distincte, funcţie de caracteristicile fiecărui tip de solicitare şi funcţie de concentratorul iniţial. Odată ce fisurile sunt vizibile cu ochiul liber, frontul fisurii se propagă întotdeauna perpendicular pe direcţia tensiunii normale σ. In *figura 2.11* şi *figura 2.12* se prezintă planurile de rupere prin oboseală cauzate de patru tipuri de solicitări simple. Deoarece proprietăţile secţiunii se vor schimba pe măsură ce fisura se propagă, este esenţial pentru cel ce efectuează o expertiză de acest fel să se uite cu atenţie la punctul în care s-a iniţiat defectul şi de a determina direcţia solicitării. Starea suprafeţei este una dintre cele mai importante aspecte în ceea ce priveşte analiza cedării pe baza căreia se face diferenţierea între defecţiunea provocată de suprasarcină sau ruperea provocată de fenomenul de oboseală. In analiza stării suprafeţei se pot lua în considerare următoarele aspecte: rugozitatea, concentratorii de tensiune, acţiunea corozivă şi erozivă a mediului, umiditatea, diferenţe de temperatură în raport cu straturile interioare, etc.

Atunci când piesa este supusă unei supraîncărcări (la solicitare statică dar nu numai), fisura se deplasează cu o viteză aproximativ constantă şi, în aceste condiţii, suprafaţa are un aspect uniform, fie rugos fie neted. Spre deosebire de solicitarea statică, la solicitarea variabilă fisurile induse traversează secţiunea ce urmează a se rupe la viteze din ce în ce mai mari. Din

acest motiv, aspectul suprafeţei rezultat prin rupere este diferit în raport cu diferitele zone consacrate pentru fenomenul de oboseală: apariţia primului defect, iniţierea fisurii de la nivelul acelui defect, propagarea în continuare prin oboseală şi ruperea finală.

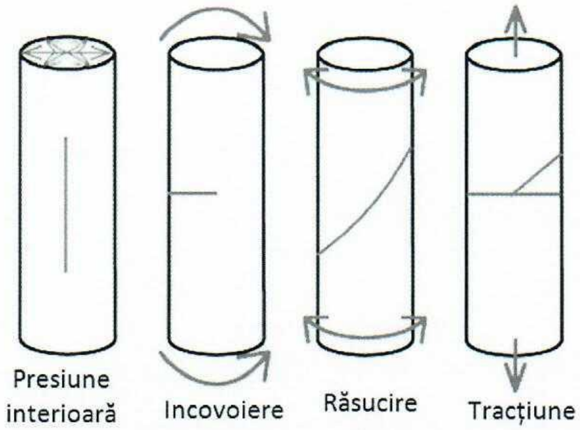


Fig. 2.11. Plane de fisurare cauzate prin oboseală de diferite solicitări



a) b) c) d)

a) Presiune interioară b) Incovoiere rotativă c) Torsiune fragilă d) Tracţiune

Fig. 2.12. Diferite tipuri de rupere raportate la solicitare

Examinând suprafaţa ruptă a unei piese se poate determina dacă materialul a cedat prin oboseală. Ruperea prin oboseală prezintă două regiuni distincte: una este netedă sau lustruită ca urmare a frecării flancurilor fisurii şi este caracteristică etapelor I şi II iar cealaltă este de tip granular datorită cedării rapide a materialului şi este caracteristică celei de-a treia etape. Aceste regiuni ale unei suprafeţe rupte prin oboseală se pot vedea în *figura 2.13.*

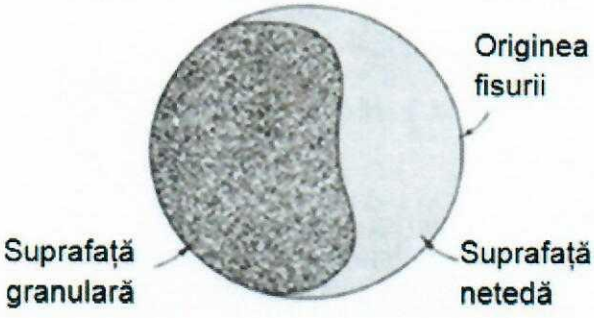


Fig. 2.13. Suprafaţă ruptă prin oboseală

Suprafața rugoasă indică ruperea fragilă (bruscă, finală) iar suprafața netedă indică propagarea fisurii.

Anumite suprafețe care au cedat prin oboseală prezintă așa-numitele striații, *figura 2.14a*. Acestea apar la materialele în care alternează perioadele de solicitare cu cele de repaus și în care variază intensitatea solicitării. Distanța dintre striații depinde de atât de perioada de timp de utilizare cât și de amplitudinea solicitării.

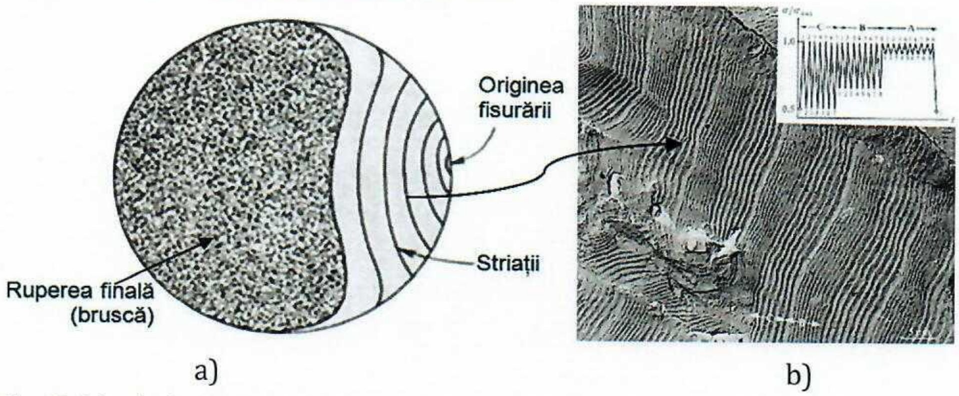


Fig. 2.14. a): Striații pe regiunea de propagare asociate cu variația în amplitudine și timp a solicitării; b): Exemplu de striații găsite pe suprafața fisurată

In *figura 2.15*, se prezintă aspecte ale suprafețelor rupte prin oboseală. In general, pe aceste suprafețe se disting: zona de inițiere, zona de propagare și zona de rupere finală. Aspectul acestor zone este diferit în raport cu mai mulți factori: cauza (tipul de concentrator) care a produs inițierea, dacă solicitarea se face la sarcini mici sau la sarcini mari, dacă materialul are o comportare ductilă sau fragilă. In orice caz, este evident că,în cele mai multe cazuri, zona de inițiere este opusă celei de rupere finală, bruscă. Mărimea zonei de rupere finală depinde de valoarea tensiunii introduse în material: dacă solicitarea se face la tensiune mică, suprafața ce rămâne pentru ruperea finală va fi, de asemenea, mică.

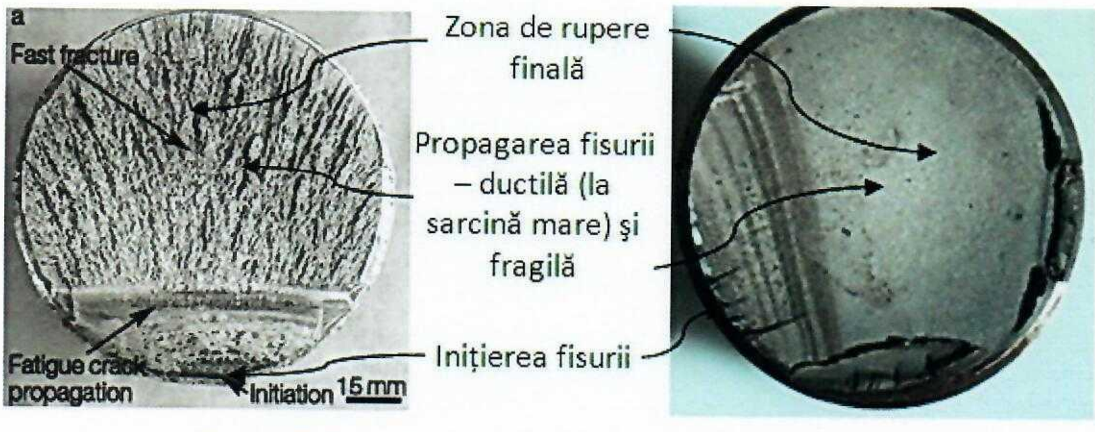


Fig. 2.15. Suprafețe caracteristice ruperii prin oboseală

O sumarizare a aspectelor suprafețelor de rupere [3] se prezintă în *figura 2.16* de unde se observă modurile specifice de rupere a epruvetelor supuse solicitării de oboseală în diferite condiții de goemetrie și încărcare. Sunt prezentate ruperile la eforturi mari și eforturi mici

precum și epruvete fără concentratori de tensiune și cu concentratori de tensiune cu acuitate mai mare sau mai mică. Sunt prezentate cinci tipuri de solicitări:

- Tracțiune și tracțiune – compresiune:
- Încovoiere după un ciclu pulsant;
- Încovoiere după un ciclu alternant-simetrică plană (nerotativă);
- Încovoiere după un ciclu alternant-simetrică rotativă;
- Torsiune alternantă.

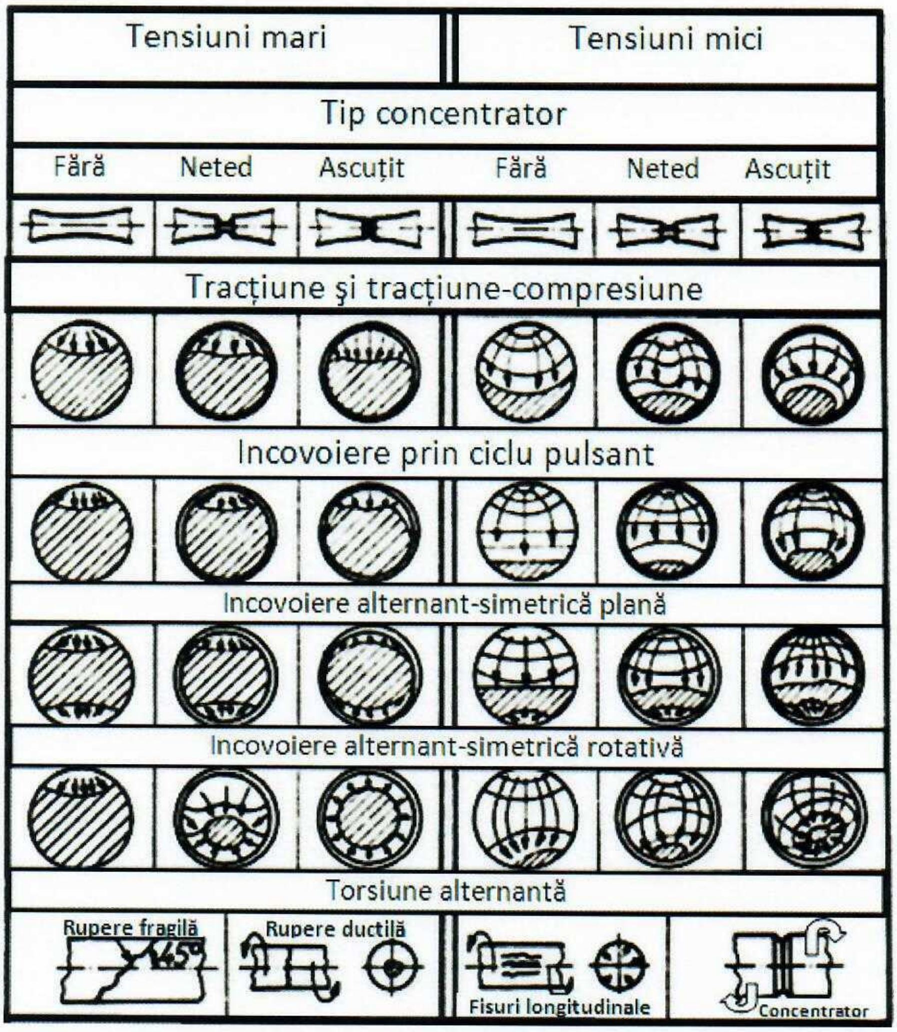
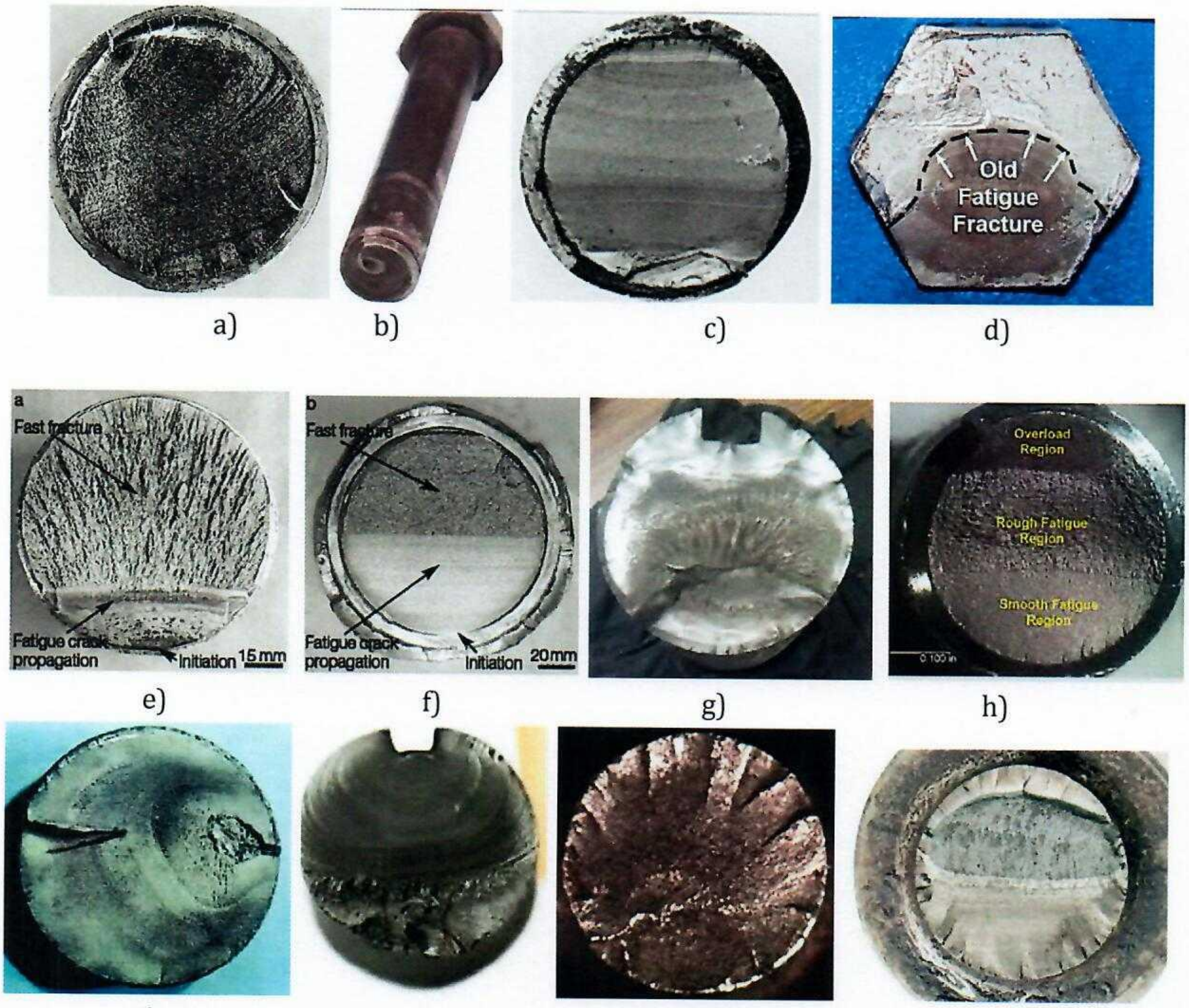


Fig. 2.16. Moduri specifice de rupere a epruvetelor supuse solicitării de oboseală în diferite condiții de geometrie și încărcare [3]

In funcție de caracteristicile luate în calcul în *figura 2.12*, în practică se pot distinge particularitățile prezentate aici. Trebuie menționat faptul că aceste particularități nu sunt exhaustive, experiența evaluatorului fiind esențială în aprecierea modului de rupere prin oboseală.

In *figura 2.17* se prezintă câteva exemple de suprafețe rezultate prin ruperea pieselor supuse solicitării de oboseală:

a)- bolţ rupt prin încovoiere; b) – şurub rupt la limita cu zona filetată; c) zona de iniţiere la suprafaţă; d) – cele două zone distincte de rupere prin oboseală; propagarea fisurii (old) şi ruperea bruscă (strălucitoare); e) şi f) – zonele de iniţiere, propagare şi rupere bruscă în cazul solicitării la tensiuni mari şi tensiuni medii; g) – iniţiere din centru suprafeţei; h) – trei zone distincte: iniţiere (jos), propagare lentă (centru) şi propagare bruscă (sus); i) – oboseală prin încovoiere; j) – concentratorul de tensiune este reprezentat de canalul de pană - iniţiere: k) – rupere prin răsucire; l) – oboseală prin încovoiere plană cu două regiuni de propagare, jos şi sus, şi rupere finală centrală.



a) b) c) d)

e) f) g) h)

i) j) k) l)

Fig. 2.17. Exemple de suprafeţe rezultate prin ruperea la oboseală

2.7. Iniţierea fisurii de oboseală la nivel microstructural

Abordarea la nivel microscopic a mecanismelor specifice acestei etape constituie obiectul multor cercetări de actualitate. Chiar dacă tensiunile nominale sunt mult mai mici decât limita de elasticitate a materialului, local, datorită efectului de concentrare a tensiunilor din jurul unor defecte, tensiunile pot depăşi limita de curgere. In asemenea zone apar

deformaţii plastice în volume limitate de material unde se iniţiază fisurile de oboseală. In *figura 2.18* se ilustrează diferite moduri de iniţiere a fisurii şi etapele de propagare după iniţiere. Aceste fisuri vor conduce, în ultimă instanţă, la cedarea materialului, dacă nu sunt detectate din timp şi eventual reparate, sau scoaterea din funcţiune a piesei. Fisurile pot fi iniţiate ca urmare a mai multor cauze, trei dintre acestea, care se pot observa în *figura 2.18,* fiind: *nucleerea (iniţierea)* datorită planelor de alunecare pe direcţii preferenţiale, *crestături* la suprafaţă sau *defecte interioare.*

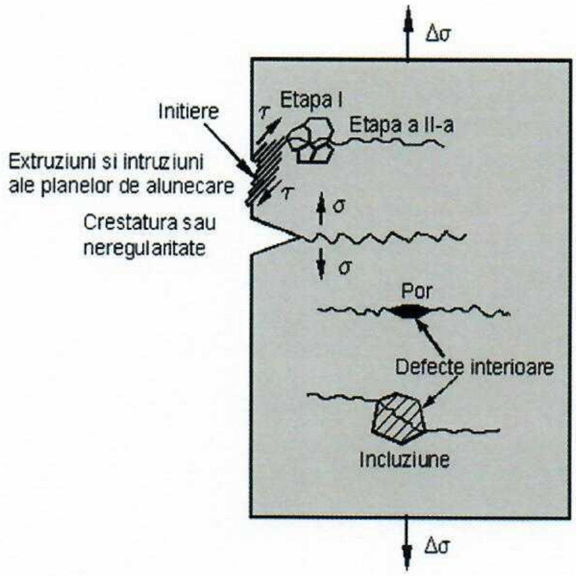
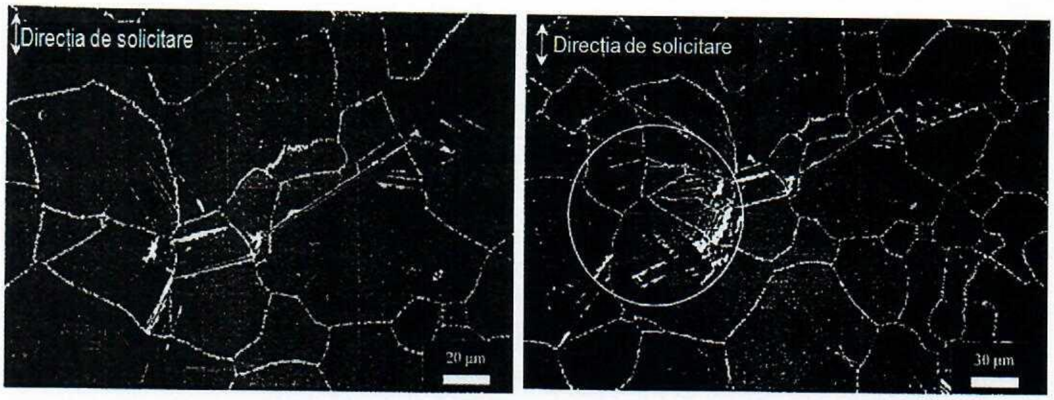


Fig. 2.18. *Posibilităţi de nucleere şi propagare a fisurilor*

2.7.1. Microstructura si propagarea fisurilor de oboseala

Fisurile de oboseală, care se iniţiază la nivelul benzilor de alunecare locale, tind să se dezvolte pe direcţia tensiunii tangenţiale maxime. Această propagare este destul de mică, în mod obişnuit de ordinul câtorva grăunţi. Propagarea microfisurilor este puternic influenţată de caracteristicile de alunecare ale materialului, de mărimea grăunţilor materialului şi de mărimea zonei deformate plastic din apropierea vârfului fisurii. Când mărimea fisurii sau zona deformată plastic de la vârful fisurii sunt mai mici decât valoarea corespunzătoare a 10 diametre de grăunţi, propagarea fisurii de oboseală la materialele metalice, are loc predominant prin forfecare, fiind controlată de tensiunile tangenţiale. Această comportare la fisurare se referă, în mod obişnuit, la propagarea fisurilor. Ca urmare, lungimea fizică cu care se propagă fisura datorită tensiunii tangenţiale, poate diferi de la un material la altul depinzând de mărimea grăunţilor. In *figura 2.19a* se prezintă o microfisură formată în lungul planului de alunecare şi care se propagă în interiorul a câtorva grăunţi adiacenţi. Se constată că microfisura nu se propagă într-un anumit plan ci îşi schimbă direcţia atunci când trece în grăunţii vecini. Totuşi, din punct de vedere macroscopic, se poate considera că fisura se propagă pe direcţia tensiunii tangenţiale maxime. In *figura 2.19b* se prezintă aceeaşi fisură după mai multe cicluri de solicitare la oboseală. In vecinătatea vârfului microfisurii primare se pot vedea linii de alunecare suplimentare (în regiunea din cerc). Aceste linii nu există în *figura 2.19a.*



a) b)

Fig. 2.19. Microfisură formată în lungul planelor de alunecare

Nu toate fisurile se inițiază în lungul benzilor de alunecare deşi, în cele mai multe cazuri, benzile de alunecare sunt cel puțin indirect responsabile pentru microfisurile formate în metale. In condițiile solicitării la oboseală, fisurile se pot iniția în apropierea *discontinuităților de material* sau uneori în imediata vecinătate a *suprafeței materialului*. Discontinuități la acest nivel, înseamnă: ***incluziuni, particule de fază secundară și benzi de alunecare***. Deşi fisurile se pot iniția de la nivelul acestor discontinuități, altele decât benzile de alunecare, acestea din urmă sunt influențate de granițele discontinuităților conducând la o localizare puternică a deformațiilor plastice care se transformă în cele din urmă în microfisuri. Microfisurile în metalele înalt rezistente sau cu comportare fragilă, sunt adesea formate direct din *incluziuni sau goluri* care se dezvoltă perpendicular pe planul tensiunii normale maxime. In *figura 2.20* sunt prezentate câteva mecanisme de fisurare. Fisurile se inițiază adesea la *limitele grăunților,* fie la temperaturi ridicate fie atunci când avem amplitudini mari ale deformațiilor. In *figura 2.20a* se prezintă o fisură inițiată la limitele dintre grăunți. Această fisură s-a inițiat atunci când s-a menținut proba o anumită perioadă de timp la tensiunea maximă de solicitare. La temperaturi moderate, *precipitatele* „întăresc" limitele dintre grăunți. La temperaturi ridicate aceste precipitate pot slăbi rezistența *limitelor între grăunți* iar atunci când se introduce o perioadă de menținere la solicitare constantă poate apărea *fenomenul de fluaj,* în timp ce limitele fisurează (cavitează sau alunecă) producându-se propagarea fisurii intergranulare. Impuritățile aflate la limitele dintre grăunți pot crea o anumită fragilizare în metale conducând la inițierea fisurii şi propagarea acesteia la nivelul limitelor dintre grăunți.

Fisurile pot fi inițiate, de asemenea, de la nivelul *incluziunilor, porilor sau altor neregularități microstructurale.* In *figura 2.20b* se prezintă o fisură inițiată la nivelul unei *incluziuni.* Fisura din partea dreaptă a fost influențată de deformația plastică localizată la nivelul grăuntelui și propagată pe direcția tensiunii tangențiale maxime. Fisura trece și prin incluziune, aceasta și cu fisura din partea stângă fiind orientate perpendicular pe direcția tensiunii normale maxime. Fisurarea incluziunii se produce la un nivel energetic scăzut.

In *figura 2.20c* se prezintă o fisură inițiată de la un *por* aflat la suprafața probei. Fisura se propagă simetric de la nivelul porului. Pe ambele direcții fisura se dezvoltă după tensiunea tangențială maximă. In *figura 2.20d* se prezintă o microfisură inițiată între *două faze ale unui aliaj.* Aici apare o delaminare sau fisurare interfacială între fazele α și β.

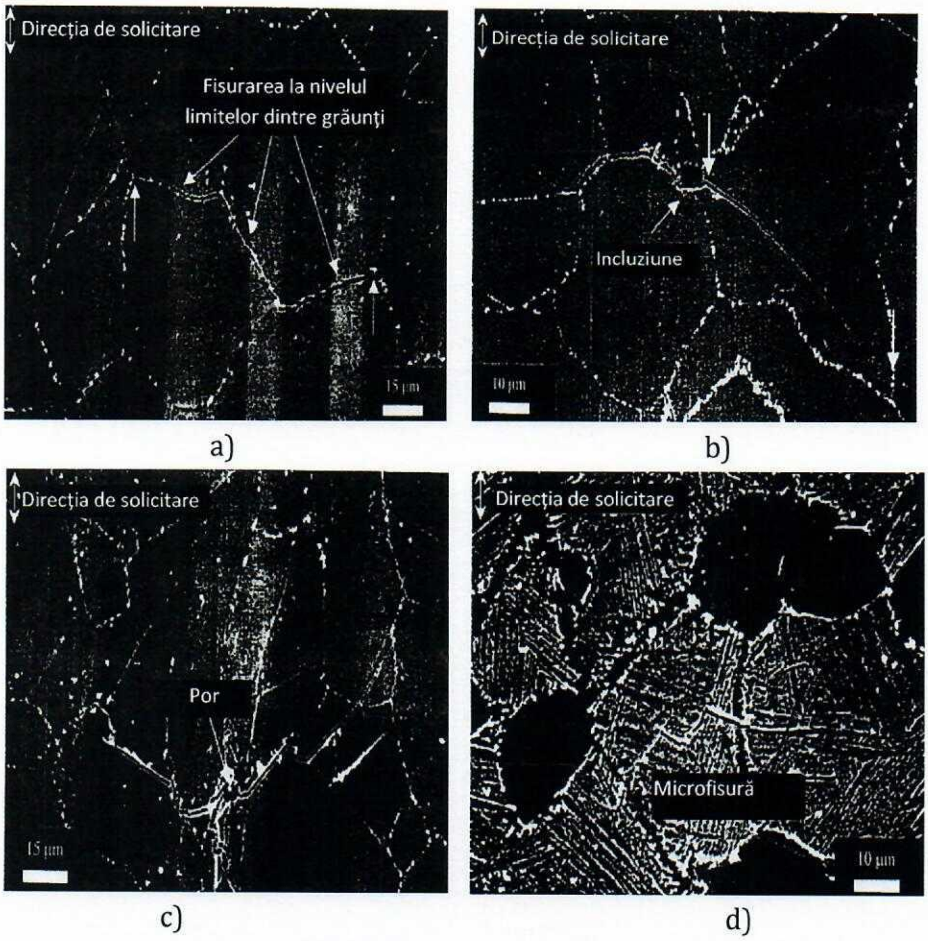


Fig. 2.20. Mecanisme de fisurare

Microfisurile pot fi prezente în metale înainte de solicitarea ciclică. Odată cu solicitarea la oboseală microfisurile tind să se dezvolte (coalescență) și se propagă perpendicular pe planul tensiunii normale maxime. Cele două etape de propagare a fisurii sunt în modul „forfecare" – etapa I și în modul „tracțiune" – etapa a II-a. Propagarea fisurii de oboseală este prezentată schematic în *figura 2.21.*

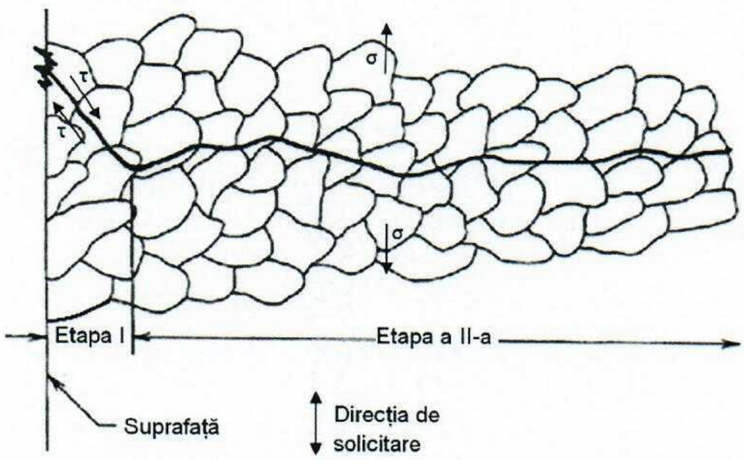


Fig. 2.21. Etapele propagării fisurii de oboseală

Se constată că fisura de oboseală se iniţiază la suprafaţă şi se dezvoltă apoi transversal pe grăunţi. Iniţial fisura se dezvoltă în planul tensiunii tangenţiale maxime, ca urmare a deplasării benzilor de alunecare. Dezvoltarea în continuare a fisurii are loc perpendicular pe direcţia solicitării. Cele mai multe fisuri traversează limitele grăunţilor, *figura 2.22* - fisuri transcristaline.

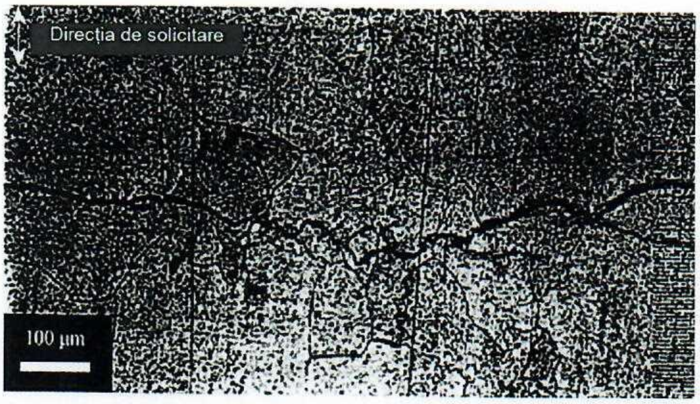
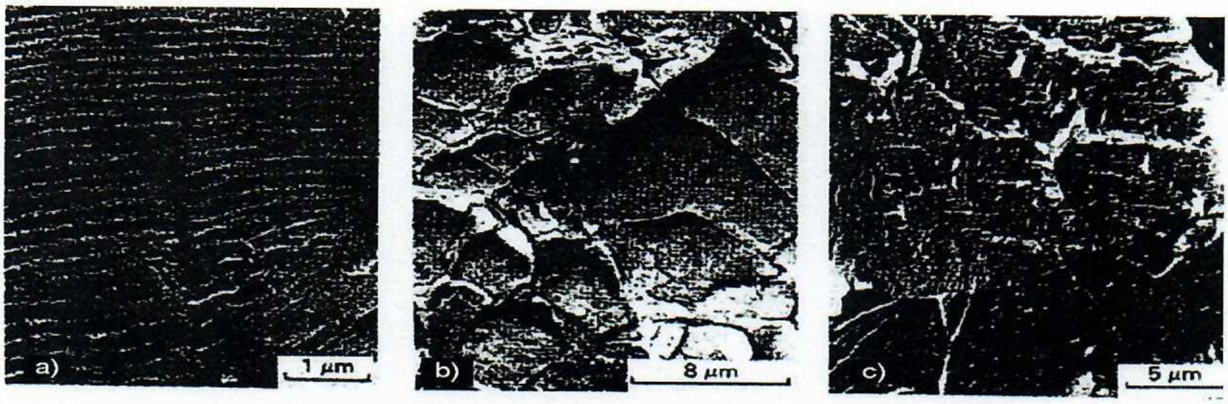


Fig. 2.22. Fisură transcristalină

Dezvoltarea microfisurilor prin limitele grăunţilor (intercristalină) depinde de caracteristicile de material, de încărcare, de condiţiile determinate de mediul înconjurător, etc. In *figura 2.23* sunt prezentate trei din cele mai cunoscute moduri de fisurare la oboseală: a) formarea striaţiilor, b) coalescenţa microgolurilor şi c) microclivajul. Materialele care prezintă o comportare ductilă afişează adesea *striaţii* apreciabile şi, de asemenea, o *coalescenţă a microgolurilor*. Undele din *figura 2.6a* sunt denumite striaţii de oboseală. Aceste striaţii nu se pot observa macroscopic întotdeauna din cauza frecării suprafeţelor în timpul solicitării. **Striaţiile nu apar, de obicei, în materialele înalt rezistente**. Unele studii presupun că fiecare striaţie se datorește unui singur ciclu de solicitare şi că acestea reprezintă o rotunjire a vârfului fisurii în timpul perioadei de încărcare-descărcare pentru un ciclu de oboseală.



a) b) c)

Fig. 2.23. Moduri de fisurare la oboseală

Coalescenţa micogolurilor are loc prin nucleerea acestora în timpul deformării plastice zonale. Coalescenţa microgolurilor este prezentată în *figura 2.23b*. Formarea acestor goluri, care evoluează în „cratere" de dimensiuni mai mari, produc fisurarea interfacială. Astfel,

mărimea şi densitatea populaţiei de „cratere" este relativă la distribuţia incluziunilor sau a precipitatelor inerente din metale. Procesul coalescenţei microgolurior este considerat, în general, ca fiind unul cu consum energetic mare iar oboseala conduce, în acest caz, la viteze mari de propagare a fisurii. Suprafaţa fisurată ca urmare a coalescenţei microgolurilor este în mod obişnuit neregulată şi rugoasă punându-se în evidenţă fibrele materialului. Propagarea fisurii prin microclivaj este considerată un proces cu consum redus de energie. Probabil că acesta este mecanismul de fisurare pentru incluziunile fragile din *figura 2.23b. Clivajul sau microclivajul* implică fisurarea în lungul planelor cristalografice precise şi este transcristalină. Suprafeţele rupte prin clivaj sunt în general drepte, *figura 2.23c.* Fisurarea prin clivaj apare, mai degrabă, în metalele cu structură cubică cu volum centrat sau hexagonală, decât în cele cu structură cubică cu feţe centrate. Suprafaţa fisurată în urma clivajului este strălucitoare datorită reflectivităţii feţelor clivate. Clivajul are loc, în special, în materiale cu comportament preponderent fragil. Curgerea plastică împiedică formarea planelor de clivaj. Coalescenţa microgolurilor şi clivajul sunt mecanisme de fisurare care pot apărea şi la solicitarea statică şi la cea de oboseală. Striaţiile nu apar în condiţiile solicitării exclusiv statice. Etapele specifice procesului de rupere prin oboseală sunt prezentate în *figura 2.24.*

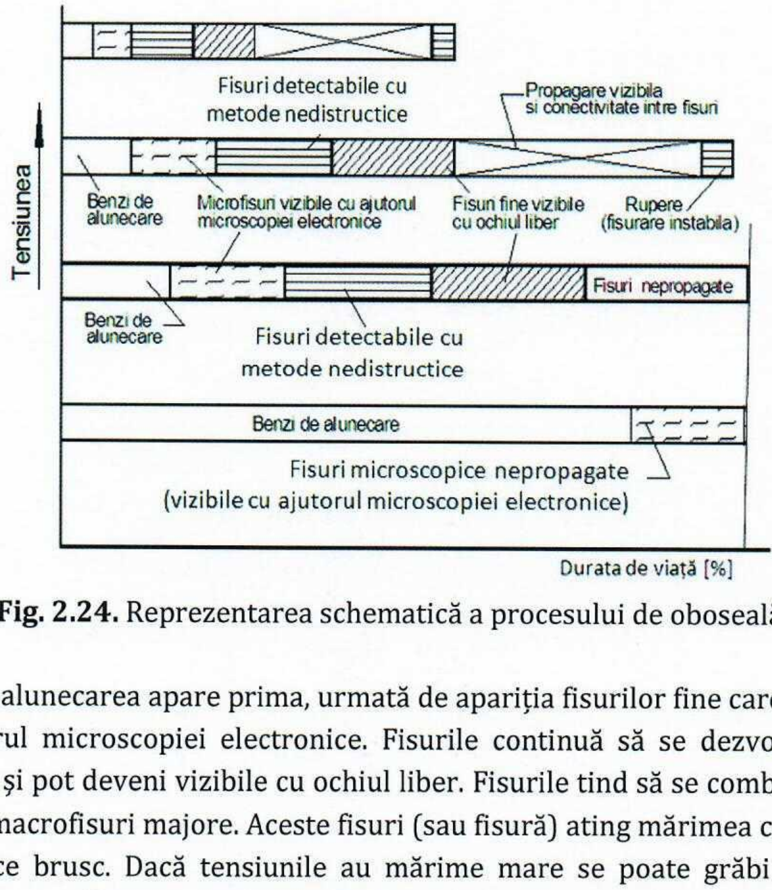


Fig. 2.24. Reprezentarea schematică a procesului de oboseală

In general, alunecarea apare prima, urmată de apariţia fisurilor fine care pot fi observate numai cu ajutorul microscopiei electronice. Fisurile continuă să se dezvolte sub acţiunea solicitării ciclice şi pot deveni vizibile cu ochiul liber. Fisurile tind să se combine până când se reduc la câteva macrofisuri majore. Aceste fisuri (sau fisură) ating mărimea critică iar ruperea se poate produce brusc. Dacă tensiunile au mărime mare se poate grăbi apariţia tuturor acestor procese. Fisurile pot fi stopate dacă întâlnesc un câmp de tensiuni remanente de compresiune. Pe de altă parte, fisurile se pot dezvolta spre defecte cu severitate mare întâlnite în drumul lor. In general, oboseala constă în iniţierea fisurilor, propagarea acestora şi în final cedarea materialului. La nivele mari ale tensiunilor, o bună perioadă din durata de viaţă totală

este asociată cu microfisurarea şi propagarea macrofisurilor. La nivele mici ale tensiunilor o mare parte din durata de cu iniţierea şi propagarea microfisurilor.

Fizicienii sunt interesaţi de nivelul atomic al problemei, ca urmare de formarea şi propagarea microfisurii. Metalurgiştii presupun că defectul deja există în material ca urmare a proceselor tehnologice de fabricare. Inginerul proiectant ia în considerare fisura doar atunci când aceasta poate fi detectată cu anumite metode. Astfel, sfârşitul etapei de iniţiere se consideră de diferitele discipline în mod arbitrar. Pentru a elimina această dificultate, inginerii trebuie să gândească în termenii iniţierii fisurii urmată de propagarea acesteia spre nivelul de macrofisură şi transformarea într-o rupere instabilă. Cedarea la oboseală poate fi prevenită prin inhibarea iniţierii şi propagării fisurilor. Din perspectiva proiectării, condiţiile care favorizează o bună rezistenţă la iniţierea şi propagarea fisurilor de oboseală pot conduce la o rezistenţă scăzută la propagarea macrofisurilor şi invers. De exemplu, grăunţii fini tind să ofere o bună rezistenţă la iniţierea şi propagarea microfisurilor. Limitele dintre grăunţi tind să stopeze sau să deflecte fisura reducând astfel viteza de propagare a acesteia. Materialele cu grăunţi grosolani tind să producă o fisură prin clivaj cu aspect neregulat.

2.8. Aspectul fisurii în perioada de propagare prin oboseală

Aşa cum s-a discutat înainte, în perioada de propagare fisura nu mai este afectată de condiţiile impuse de suprafaţa materialului ci doar de caracteristicile intrinseci ale materialului în volumul său. De obicei, în această perioadă, fisura se propagă pe direcţie perpendiculară cu tensiunea normală. In condiţiile de încărcare uniaxială în probe simetrice, va rezulta că direcţia de propagare macroscopică a fisurii va fi perpendiculară pe direcţia de încărcare. După ce fisura s-a depărtat de suprafaţa liberă, vor apare deformaţii prin alunecare prezente în mai multe plane. *Figura 2.25* prezintă o vizualizare schematică a unui mecanism posibil pentru extinderea fisurii pe perioada unui ciclu de solicitare.

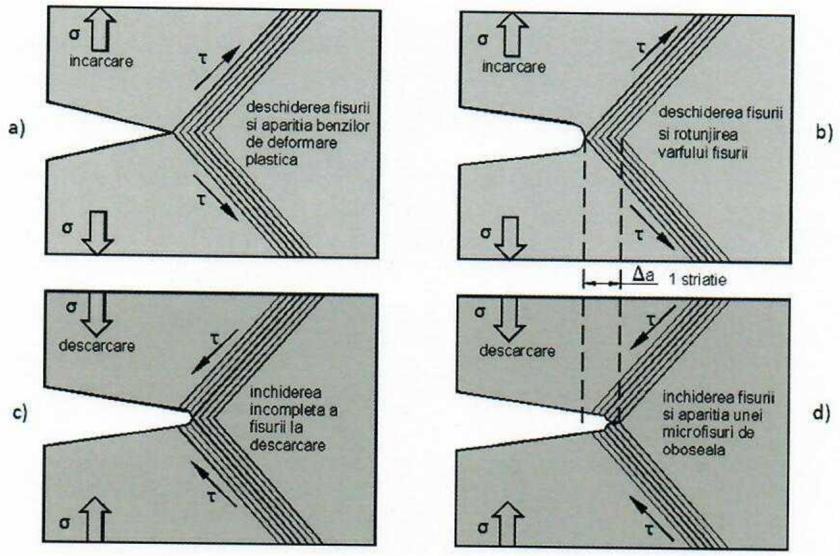


Fig. 2.25. Propagarea fisurii în cadrul unui singur ciclu de solicitare

În timpul încărcării fisura va fi deschisă de deformările plastice care apar la vârful crestăturii sau defectului inițial. În *figura 2.25* deformările plastice apar pe două sau mai multe sisteme de alunecare simetrice. Analiza tensiunii într-un unui solid cu o fisură propagată indică faptul că zonele de alunecare din *figura 2.25* sunt, într-adevăr, zone cu tensiune de forfecare maximă, atât în timpul încărcării, *figurile 2.25a* și *2.25b* cât și în cel al descărcării, *figurile 2.25c* și *2.25d*. În timpul încărcării, deformarea prin alunecare va cauza propagarea fisurii. Pentru macrofisuri, extinderea acestora implică decoeziunea rețelei cristaline, care trebuie asociată cu dislocațiile ce apar la vârful fisurii. Pare plauzibil faptul că extinderea fisurii are loc în fiecare ciclu de încărcare, așa cum este prezentată în *figura 2.25.*

Deformările prin alunecare nu sunt complet reversibile datorită zonelor de „întărire" ce apar, în special, la vârful fisurii, dar și datorită altor mecanisme posibile. Ca urmare, după un ciclu de solicitare fisura nu va fi complet închisă. Așa cum este ilustrat în *figura 2.25*, o „creastă" de micro-deformare plastică apare în zonele superioară și inferioară apropiate de vârful fisurii, fiind creată de un ciclu de solicitare. Aceste creste sunt numite "striații", care pot fi observate pe suprafața de rupere la oboseală cu ajutorul microscopului electronic. Deși aceste imagini au fost deja observate cu mult timp în urmă, cu ajutorul microscopului optic, imagini mult mai bune au fost obținute la microscopul electronic, inițial la microscop electronic cu transmisie (TEM) și mai târziu la Scanning Electron Microscope (SEM). O imagine ilustrativă în acest sens este prezentată în *figura 2.26.* O probă plată din aluminiu a fost încărcată la 10 cicluri de solicitare cu amplitudine mică și un ciclu de solicitare cu amplitudine mai mare. Din *figura 2.26* se constată că există o strictă corespondență între solicitare și amprenta striațiilor rămase în zona fisurii propagate. Este evident că cele 10 cicluri de solicitare cu amplitudine mai mică sunt responsabile pentru striațiile mici în timp ce ciclul de solicitare cu amplitudine mare a condus la apariția adânciturii mai mari, marcată prin zona întunecată din *figura 2.26.* Aceste imagini dovedesc că extinderea fisurii a avut loc în fiecare ciclu al solicitării. O asemenea vizualizare permite determinarea vitezei de propagare a fisurii, dată de mărimea da/dN, (extinderea fisurii în mm pe ciclu de solicitare).

Spațiul dintre 10 striații este de aproximativ 0,3 µm ceea ce ar conduce la o viteză de propagare a fisurii de 0,03 [µm/ciclu].

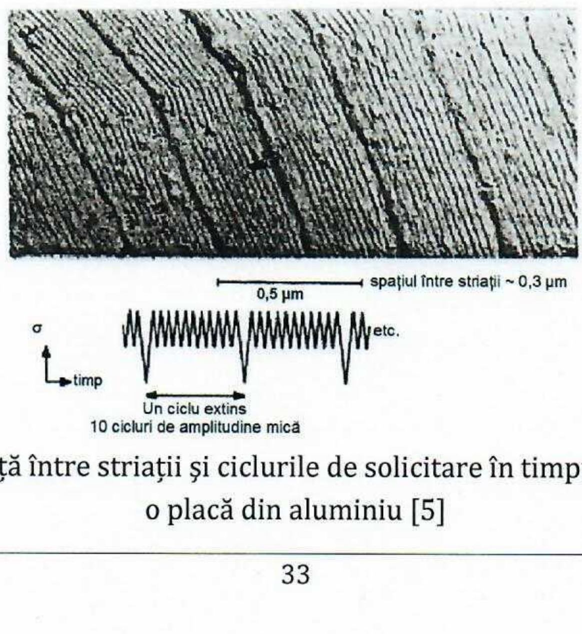


Fig. 2.26. Corespondență între striații și ciclurile de solicitare în timpul propagării fisurii într-o placă din aluminiu [5]

Apariţia striaţiilor poate oferi informaţii importante pentru analiza cedărilor care apar în funcţionare. Se poate concluziona că, dacă în imaginea fractografică apar striaţii, este de presupus că ruperea s-a produs datorită sarcinii ciclice. Mai mult decât atât, striaţiile pot oferi informaţii cu privire la direcţia şi viteza de propagare a fisurii. Din păcate, striaţiile nu sunt la fel de vizibile pentru toate materialele. Cele mai multe asemenea striaţii se pot observa pe aliajele din aluminiu. Cu toate acestea, s-au observat striaţii şi pe diverse tipuri de oţeluri, aliaje de titan şi alte aliaje, deşi mai puţin abundente şi cu striuri nu foarte bine definite. În cazul în care striurile nu pot fi observate, nu trebuie să se ajungă imediat la concluzia că oboseala nu a avut loc.

Geometria vârful fisurii rotunjite din *figura 2.25* este una destul de simplă. În realitate ar putea fi mult mai complexă. Mecanismul de propagare a fisurii de oboseală la vârful fisurii a fost un subiect de ample analize în literatura de specialitate. In *Figura 2.27* sunt prezentate două modele bine-cunoscute. Ambele modele conduc la crearea unei striaţii în fiecare ciclu, numai că geometria vârfului fisurii ca şi forma striaţiilor rămase după descărcare sunt diferite.

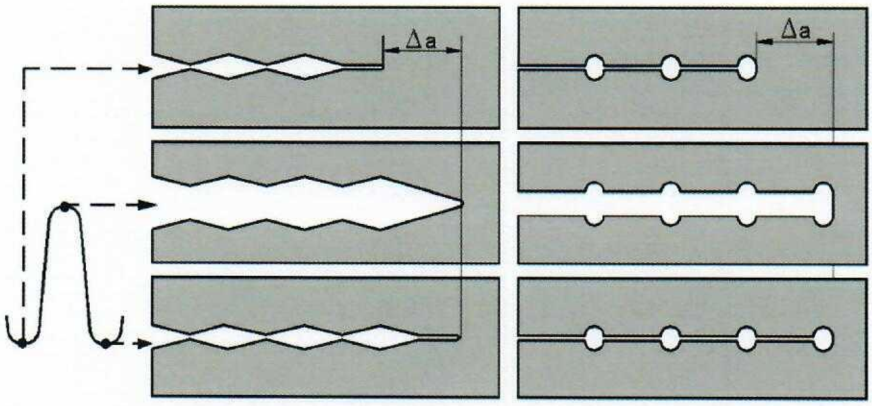


Fig.2.27. Două modele de striaţii formate în timpul propagării fisurilor prin oboseală

Primul model dat McMillan şi Pelloux [19 din mecanica ruperii] este similar cu cel prezentat în figura în *figura 2.25*. Aceasta presupune faptul că în timpul descărcării vârful fisurii se închide. În modelul prezentat de Laird [20], în spatele vârful fisurii se creează un fel de urechi marcând sfârşitul extinderii fisurii într-un ciclu. Deoarece formarea striaţiilor este rezultatul deformaţiei plastice ciclice, este foarte posibil ca geometria striaţiilor să depindă de tipul de material. Modelul propus de McMillan / Pelloux a fost dezvoltat pentru aliaje din aluminiu în timp ce modelul lui Laird se poate aplica pentru metale nealiate.

Studii privind mecanismul de propagare a fisurii sub încărcări ciclice au fost făcute prin analiza fractografică. Cu toate acestea au fost şi mai sunt încă anumite dificultăţi de interpretare a imaginilor obţinute. Observaţiile privind propagarea fisurii de oboseală la suprafaţa materialului nu relevă acelaşi tip de comportament ca la interiorul materialului unde fisura posedă un front propriu de propagare. La suprafaţa liberă, constrângerile la deformare sunt diferite de cele de la interiorul materialului. La interiorul materialului, observaţii cu privire aspectul striaţiilor se pot face numai după deschiderea fisurii de oboseală. Fractografia ne oferă topografia finală nu şi situaţia în timpul procesului dinamic de

extindere şi închidere a vârfului fisurii. În plus, dimensiunile privind detaliile striurilor sunt în zone submicronice, caz în care observaţiile sunt dificile.

O excepţie de la propagarea fisurii după o direcţie perpendiculară pe direcţia de solicitare se poate observa la unele materiale cum ar fi aliajele din aluminiu sau unele oţeluri. Propagarea fisurii, începând de la suprafaţă, are loc după plane de alunecare dispuse după o direcţie la 45^0 în raport cu zona centrală a frontului fisurii, *figura 2.28*. Laţimea acestor plane de forfecare creşte pe măsură ce fisura avansează până când acoperă întreaga lăţime a probei. Iniţierea acestui tip de fisurare are loc la suprafaţa materialului şi, ca urmare, este influenţată de fenomenele specifice ce apar la suprafaţă. Posibilităţile de deformare plastică la vârful fisurii, în cazul în care frontul fisurii întâlneşte suprafaţa liberă, sunt mai puţin restrictive decât la mijlocul materialului. Acest lucru permite apariţia deformărilor plastice de forfecare, care conduc la apariţia marginilor din *figura 2.28*.

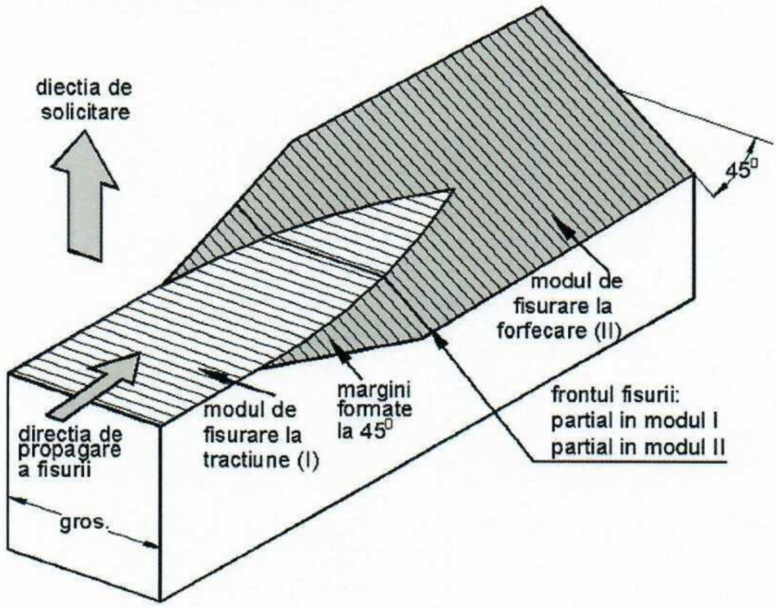


Fig. 2.28. Tranziţia propagării fisurii de la modul I la modul II

Aceste margini, ce se formează datorită forfecării, prezintă anumite similitudini cu cele apărute la ruperea prin încercare statică, la fel, în apropierea suprafeţei materialului. Predicţia direcţiei de propagare în continuare a unei astfel de fisuri este greu de realizat.

Marginile de forfecare apărute implică faptul că, observaţiile microscopice din materialul suprafeţei exterioare nu sunt neapărat caracteristice pentru mecanismul de oboseală de la subsuprafaţa materialului.

2.9. Solicitare ciclică sub acţiunea tensiunilor normale sau tangenţiale

Aşa cum s-a arătat anterior, alunecarea ciclică reprezintă fenomenul preponderent pentru explicarea nucleaţiei şi propagării iniţiale a microfisurilor. Se va considera nucleaţia fisurii într-o probă netedă, fără concentratori de tensiune, pentru două cazuri de încărcare: tracţiune ciclică şi torsiune ciclică, *figura 2.29*.

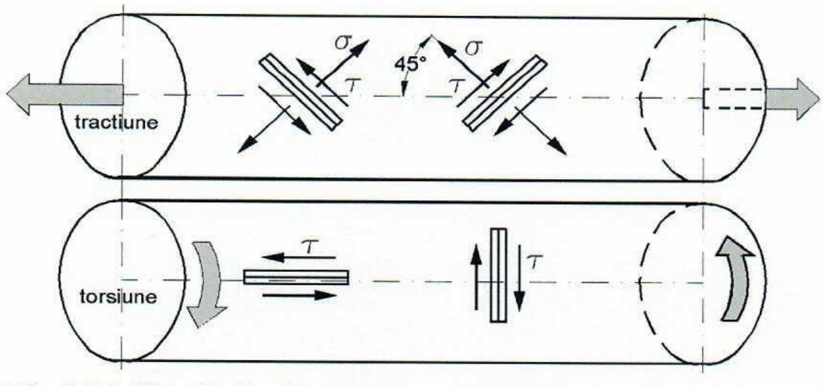


Fig.2.29. Planele de alunecare pe direcţia tensiunii tangenţiale

Sub solicitarea de tracţiune, tensiunea de forfecare maximă apare după o direcţie orientată sub un unghi de 45° faţă de axa longitudinală. Sub solicitarea de torsiune, planele cu tensiune de forfecare maximă sunt perpendiculare şi paralele cu axa longitudinală. O diferenţă importantă între cele două sisteme de încărcare o reprezintă faptul că, în planul tensiunii de forfecare maximă în cazul tracţiunii, se află şi componenta normală a tensiunii ($\sigma = \tau$). In cazul torsiunii ciclice, componentă tensiunii normale este egală cu zero. Atâta timp cât iniţierea fisurii se datorează în principal apariţiei fenomenului de alunecare în grăunţii reţelei cristaline, cele două cazuri sunt diferite în esenţă. În cazul solicitării ciclice de tracţiune tensiunea normală tinde să deschidă microfisura şi, în aceste condiţii, va creşte eficienţa tranziţiei de la alunecare ciclică la propagarea microfisurii de-a lungul benzii de alunecare. In cazul torsiunii ciclice, acest mecanism de deschidere a fisurii este absent. Investigaţiile microscopice au arătat că nucleerea fisurii într-o bandă de alunecare aflată sub torsiune ciclică, este problematică în cazul în care amplitudinea sarcinii este relativ scăzută, fiind aproape de limita la oboseală. Pentru amplitudini mai mari ale sarcinii, peste limita de oboseală, sub torsiune ciclică sunt generate microfisuri care se dezvoltă ulterior într-o direcţie perpendiculară la tensiunea normală principală.

Bibliografie

[1] [Jaap Schijve, Fatigue of structures and materials -2010]

[2] http://www.maintenancetechnology.com/2012/07/failure-analysis-of-machine-shafts/

[3] Incercarea materialelor, vol. 1. Ed. Didactică, Bucureşti, 1977, D.R. Mocanu, ş.a.

[4]V Goanta Mecanica ruperii

[5] R.J.H. Wanhill, , M.F.J. Koolloos, Fatigue and corrosion in aircraft pressure cabin lap splices, International Journal of Fatigue 23 (2001) S337–S347www.elsevier.com/locate/ijfatigue, National Aerospace Laboratory NLR, P.O. Box 90502, NL-1009 BM Amsterdam, The Netherland

[6] R. M. Pelloux and J. C. McMillan:*Amer. Soc. Test. Mater., Spec. Tech. Publ.* 415, p. 505, American Society for Testing and Materials, 1966.

CAPITOLUL 3. CARACTERISTICILE MATERIALELOR ÎN TERMENII LIMITEI LA OBOSEALĂ

În acestui capitol, sunt prezentate caracteristicile materialelor în cazul solicitării la oboseală după un ciclu cu amplitudine constantă. Se va dezvolta conceptul de limită la oboseală şi modalități practice de determinare a acesteia. Se vor trece în revistă diagramele utilizate în cadrul conceptului de limită la oboseală.

3.1. Caracteristicile ciclului periodic cu variație continuă

In proiectarea a numeroase piese şi structuri, estimarea comportării la solicitări variabile ține seama de datele obținute prin încercarea la oboseală a unor epruvete netede. In acest caz, nu se urmăreşte prevenirea inițierii sau a propagării necontrolate a fisurilor ci asigurarea față de o stare limită definită prin amplitudinea deformației specifice sau a tensiunii . Solicitările variabile periodice se pot defini ca o funcție cu variație ciclică în timp. O astfel de variație este definită prin valorile maximă (σ_{max}) şi minimă (σ_{min}) pe care tensiunea o atinge în acelaşi punct al unei piese solicitate în intervalul de timp de referință. Această variație se poate vedea în figura 3.1 şi poate fi descrisă de funcția:

$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \sin(2\pi f t + \varphi) \tag{3.1}$$

în care:

- σ_m este valoarea tensiunii medii a ciclului;
- σ_a este amplitudinea constantă a ciclului;
- f reprezintă frecvența circulară în cicluri pe unitatea de timp;
- φ este unghiul de fază inițial exprimat în radiani.
- Există o interdependență între tensiunile minimă şi maximă şi tensiunile medie şi amplitudinea ciclului descrisă de următoarele relații:

$$\begin{cases} \sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a \\ \sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a \\ \sigma_m = \frac{\sigma_{max}+\sigma_{min}}{2} \\ \sigma_a = \frac{\sigma_{max}-\sigma_{min}}{2} \end{cases} \tag{3.2}$$

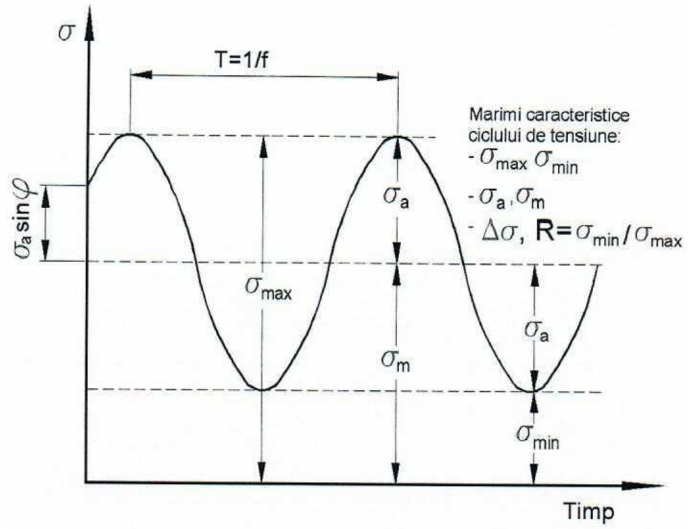


Fig. 3.1. Schematizarea ciclului periodic cu variaţie continuă

Alte elemente caracteristice ale ciclului de solicitare sunt:

- caracteristica ciclului calculată ca raport între valorile absolute ale amplitudinii şi tensiunii medii: $k = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$;
- coeficientul de asimetrie a ciclului calculat ca raport între tensiunea minimă şi cea maximă: $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$;
- variaţia tensiunii: $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} = 2\sigma_a = \sigma_{max}(1 - R)$;
- perioada T, respectiv frecvenţa care sunt corelate conform relaţiei: $T = \frac{1}{f}$;

In continuare se prezintă câteva relaţii de interdependenţă evidente şi care sunt rezultate din cele de mai sus:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max}}{2}(1 - R); \quad R = \frac{1 - k}{1 + k}; \quad k = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1 - R}{1 + R}$$

3.2. Clasificarea ciclurilor de solicitare la oboseală

In *tabelul 3.1* se prezintă o clasificare a ciclurilor periodice în funcţie de gradul de asimetrie. In raport cu valoarea coeficientului de asimetrie se disting următoarele tipuri de solicitări:

- 1+9 - Solicitare statică, atunci când tensiunea îşi menţine valoarea constantă:

$$\sigma_{min}=\sigma_{max}=\sigma_m; \ \sigma_a=0;$$

- 2+8 - Solicitare oscilantă, când tensiunea îşi păstrează semnul:

$$\sigma_{min}/\ \sigma_{max}>0;$$

- 3+7 - Solicitare pulsantă atunci vând una dintre tensiunile limită este egală cu zero:

$$\sigma_{min}=0; \ \sigma_m=\sigma_a=\sigma_{max}/2; \ R=0;$$

- 4+6 - Solicitare alternantă atunci când tensiunea își schimbă semnul în timpul solicitării:

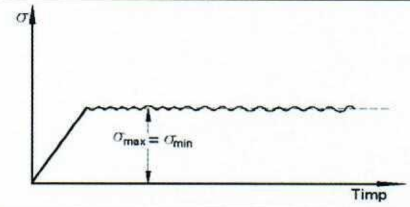
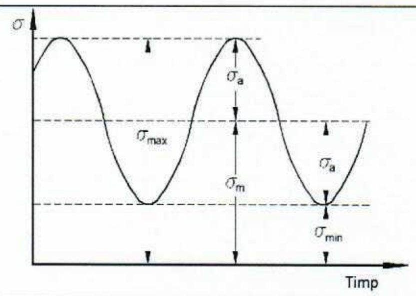
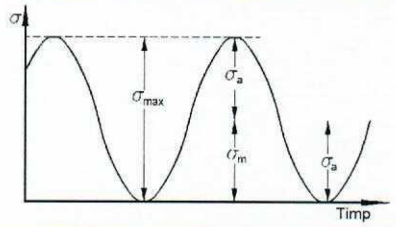
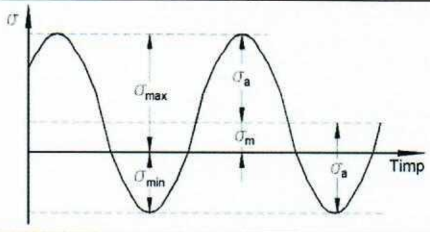
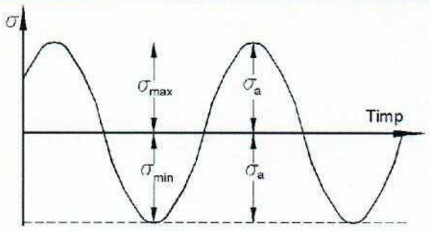
$$\sigma_{min}/\ \sigma_{max}<0;$$

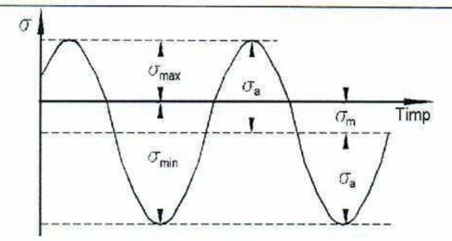
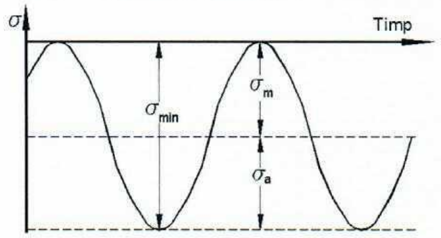
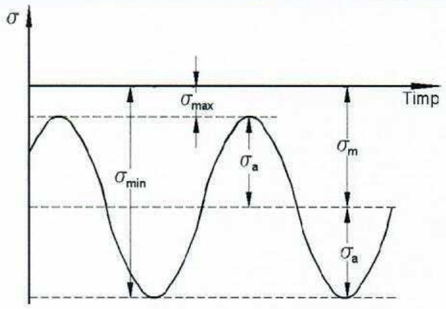
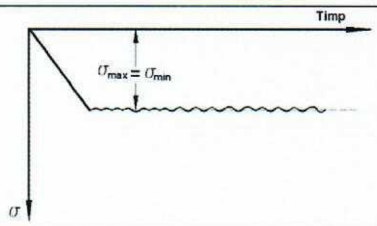
- 5 - Solicitare alternant-simetrică atunci când tensiunile minimă și maximă au aceeași valoare dar sunt de semn contrar:

$$\sigma_{min}=-\sigma_{max};\ \sigma_{m=0};\ \sigma_a=\ \sigma_{max}.$$

Solicitările statică, oscilantă și pulsantă pot fi pozitive sau negative în raport cu σ_m care poate fi pozitivă sau negativă.

Tab. 3.1. Tipuri de cicluri la oboseală

Nr. crt.	Forma ciclului	σ_{min}; σ_{max}	σ_m; σ_a	R
1		$\sigma_{min}=\sigma_{max}>0$	$\sigma_m=$ $\sigma_{min}=\sigma_{max}$; $\sigma_a=0$	R=+1
2		$\sigma_{min}>0$; $\sigma_{max}>0$ $\sigma_{max}>\sigma_{min}$	$\sigma_m>0$; $\sigma_a\neq0$	0<R<+1
3		$\sigma_{min}=0$; $\sigma_{max}>0$	$\sigma_m=\sigma_a=$ $\sigma_{max}/2$	R=0
4		$\sigma_{min}<0$; $\sigma_{max}>0$ $\sigma_{max}>\lvert\sigma_{min}\rvert$	$\sigma_m>0$; $\sigma_a\neq0$	-1<R<0
5		$0>\sigma_{min}=-\sigma_{max}$	$\sigma_m=0$; $\sigma_a=\sigma_{max}$	R=-1

6		$\sigma_{min}<0$; $\sigma_{max}>0$ $\sigma_{max} < \lvert\sigma_{min}\rvert$	$\sigma_m<0$; $\sigma_a\neq0$	$-\infty<R<-1$
7		$\sigma_{min}<0$; $\sigma_{max}=0$	$\sigma_m=\sigma_a=$ $\sigma_{min}/2$; $\sigma_m<0$	$R=-\infty$
8		$\sigma_{min}<0$; $\sigma_{max}<0$ $\lvert\sigma_{max}\rvert<\lvert\sigma_{min}\rvert$	$\sigma_m<0$; $\sigma_a\neq0$	$+1>R>-\infty$
9		$\sigma_{min}=\sigma_{max}<0$	$\sigma_m=$ $\sigma_{min}=\sigma_{max}$; $\sigma_a=0$	$R=+1$

Stările de solicitare cu tensiuni tangenţiale variabile sunt caracterizate prin aceleaşi elemente ca şi stările cu tensiuni normale variabile.

3.3. Limita la oboseală

Aşa cum s-a constatat din capitolele anterioare, fenomenul de oboseală trebuie analizat şi pe baza unor determinări experimentale. In special pentru oţeluri, rezultatele obţinute prin încercările la oboseală efectuate pe epruvete pot fi extrapolate la piese, în condiţiile în care se ţine seama de concentratorii de tensiune, calitatea suprafeţei, dimensiune, mediul de lucru, etc. Pentru a putea face aceste extrapolări trebuie să se ţină seama de următoarele ipoteze care se referă la materialul din care sunt confecţionate epruvetele şi piesele:

- Atunci când tensiunea fluctuează de mai multe ori, materialele se pot rupe la tensiuni mai mici decât tensiunea ce se înregistrează la rupere sau chiar mai mici decât tensiunea de curgere;
- Se poate spune că, dacă la o anumită tensiune, un material nu se rupe după un număr suficient de ridicat de cicluri de solicitare, se consideră valoarea acelei tensiuni ca fiind

limită. In aceleaşi condiţii de solicitare, sub această valoare a tensiunii materialul va rezista pe întreaga lui durată de funcţionare. Cea mai mare valoare a tensiunii, pentru care materialul nu se rupe după un număr practic nelimitat de cicluri de solicitare poartă numele de ***limită la oboseală.***

- Dacă valoarea amplitudinii ciclului de solicitare σ_a se măreşte atunci valoarea tensiunii limită descrisă la paragraful anterior va scădea.

Limita la oboseală reprezintă o caracteristică intrinsecă a materialelor, depinzând totuşi de felul ciclului de solicitare, iar pentru unele materiale şi de frecvenţa acestuia. Limita la oboseală se notează cu σ_R, în care R reprezintă coeficientul de asimetrie a ciclului de solicitare.

3.4. Determinarea limitei la oboseală prin trasarea curbei Wöhler

Determinarea limitei la oboseală se face pe baza încercărilor de epruvete netede la cicluri de solicitare pe maşini de încercare specializate în acest scop. Schematizarea unei încercări la oboseală care realizează un ciclu de încovoiere alternant-simetric este prezentat în *figura 3.2.* Având în vedere că bara se roteşte şi că forţa de solicitare (greutatea) are tot timpul aceeaşi direcţie, punctul A de pe o secţiune transversală va trece, succesiv, prin stările 1, 2, 3, 4, 1, etc..

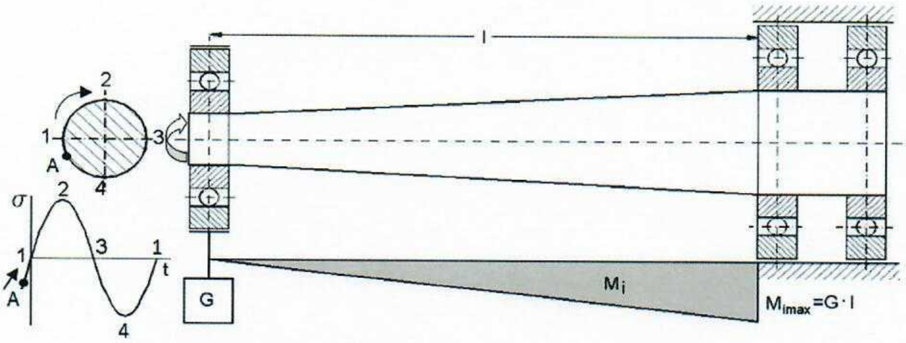


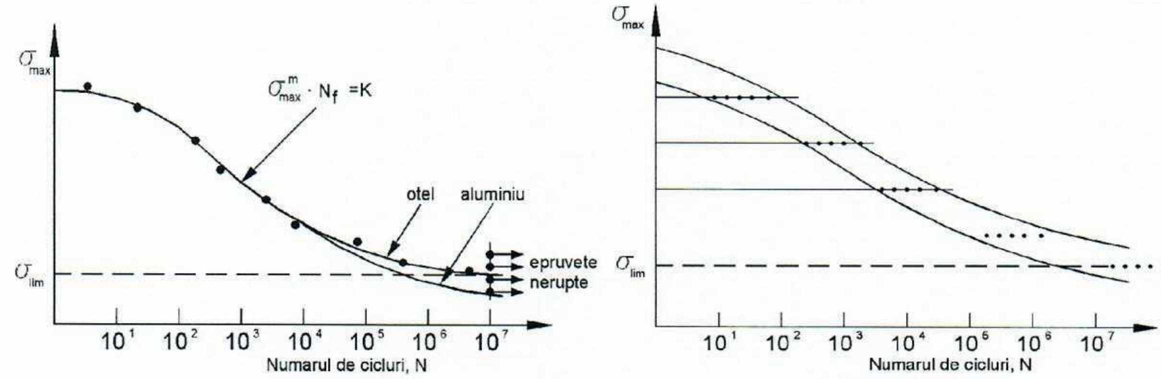
Fig. 3.2. Schema încercării la oboseală prin încovoiere rotativă

Epruvetele pentru încercarea la oboseală trebuie confecţionate cu mare grijă. O atenţie deosebită trebuie acordată asigurării calităţii suprafeţei. De asemenea, epruveta trebuie confecţionată astfel încât să nu existe variaţii bruşte ale secţiunii. Toate epruvetele solicitate, care pot ajunge şi la un număr de 50, trebuie executate în aceleaşi condiţii, având strict aceeaşi formă şi dimensiuni şi aceeaşi calitate a suprafeţei.

Maşinile de încercat la oboseală trebuie să asigure ciclul se solicitare dorit, fără ca elemente din construcţia acestor maşini să se deterioreze ele însele la oboseala indusă. O atenţie deosebită trebuie acordată prinderii epruvetelor în dispozitivele maşinii, astfel încât pentru toate probele fixarea în bacuri să permită diferenţieri de la probă la probă. Încercările se vor efectua pe aceeaşi maşină şi cu acelaşi coeficient de asimetrie R.

Pentru determinarea limitei la oboseală trebuie trasată curba de durabilitate σ-N, în care σ reprezintă, de obicei, valoarea cea mai mare a tensiunii de solicitare iar N reprezintă numărul de cicluri de solicitare - până la rupere în cazul solicitărilor la tensiuni mai mari decât limita la oboseală. Se cunoaşte faptul că, prin solicitarea de oboseală în aceleaşi condiţii,

apare o anumită împrăştiere a rezultatelor. Ca urmare, pentru fiecare nivel al tensiunii de solicitare, în funcţie şi de comportarea materialului, sunt necesare un număr de 5-7 epruvete. In cadrul încercărilor de oboseală efectuate pe epruvete netede se notează valoarea tensiunii maxime şi a numărului de cicluri la care a avut loc ruperea epruvetei. Ordinea de încercare este de la tensiuni mari către tensiuni mici, prima treaptă de încercare efectuându-se la $\sigma_{max}=0,6\sigma_r$. Se continuă încercările până când se ajunge astfel încât cel puţin o epruvetă să nu se mai rupă. Cu perechile de valori $\sigma_{max,i}$-N_i se poate trasa o curbă ca cea din *figura 3.3* denumită şi curba Wöhler.



a) b)

Fig. 3.3. Curba de oboseală sau curba Wöhler

Curba din *figura 3.3*.a este trasată pentru cazul în care dispersia rezultatelor obţinute în urma încercărilor experimentale este mică. Din determinările experimentale s-a constatat faptul că, cel puţin în zona tensiunilor mari, dispersia rezultatelor obţinute este mai mare, acestea având valori mult diferite chiar în cazul repetării experimentului strict în aceleaşi condiţii. In cazurile în care dispersia rezultatelor încercărilor la oboseală este mare, trebuie ca la aceeaşi tensiune de solicitare să se încerce mai multe epruvete. In acest caz rezultatele încercării la oboseală au reprezentarea sub formă de bandă, ca în *figura 3.3b*. Pentru un număr suficient de mare de încercări, curba din *figura 3.3a* tinde asimptotic spre o anumită valoare a tensiunilor maxime, presupunându-se că mai jos de această valoare epruveta netedă nu se va mai rupe oricât de mult ar fi solicitată.

Valoarea tensiunii maxime, σ_{max}, pentru care presupunem că nu se mai produce ruperea epruvetei, supusă la un număr oricât de mare de cicluri de solicitare, poartă numele de **limită teoretică la oboseală**. Se presupune că, dacă până la N_0 cicluri de solicitare epruvetele nu se rup, atunci ele nu se vor rupe oricâte cicluri de solicitare i-am aplica. In practică, pentru un anumit grad de asimetrie a ciclului R, **limita la oboseală** se defineşte ca fiind valoarea tensiunii maxime la care se ajunge după un număr N_0 de cicluri de solicitare, în condiţiile în care epruveta nu s-a rupt. In mod obişnuit, în funcţie de material, epruvetele se supun la un anumit număr limită de cicluri de solicitare. Numărul de cicluri de solicitare pentru care epruvetele nu se mai rup, pentru diferite materiale sunt:

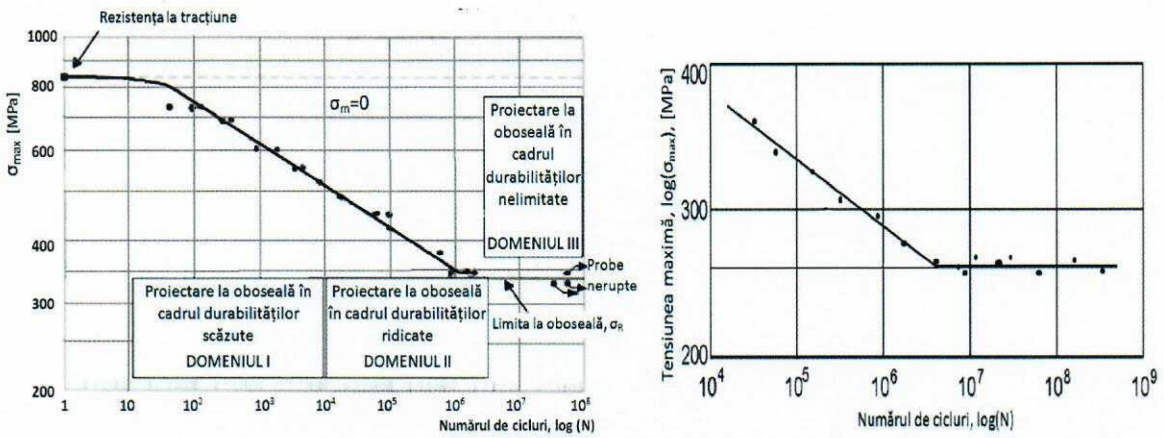
- $N_0=2\cdot10^6...2\cdot10^7$ pentru oţeluri;
- $N_0=2\cdot10^7...2\cdot10^8$ pentru aliaje uşoare;
- $N_0=2\cdot10^6$ pentru lemn;

- N_0=2·10^6...3·10^6 pentru beton.

Limita la oboseală se notează cu σ_R, în care R reprezintă valoarea coeficientului de asimetrie, care trebuie să fie constantă pe parcursul tuturor determinărilor. Pentru solicitarea axială se adaugă la indice şi litera „t" pentru tracţiune, respectiv „c" pentru compresiune. Exemple de notaţii:

- $\sigma_{0,7t}$ – limita la oboseală după un ciclu oscilant, cu proba supusă la tracţiune;
- τ_0 - limita la oboseală după un ciclu pulsant, cu proba supusă la răsucire;
- σ_{-1} – limita la oboseală după un ciclu alternant simetric, cu proba supusă la încovoiere.

Curbele de oboseală se pot trasa şi în coordonate σ_a-N, repspectiv amplitudinea ciclului de solicitare în raport cu numărul de cicluri până la rupere.
Alte reprezentări ale curbei Wöhler se regăsesc în coordonate semilogaritmice, *figura 3.4a* sau logaritmice, *figura 3.4b.*



a) coordonate semilogartimice; b) coordonate logaritmice

Fig. 3.4. Rezultatele încercării la oboseală pe epruvete netede

Curba în coordonate semilogartimice (logN) din *figura 3.4a* prezintă particularitatea definirii a trei domenii:

- domeniul I al solicitărilor la tensiuni mari şi cu un număr mic de cicluri: N<10^4;
- domeniul II al solicitărilor în cadrul durabilităţilor limitate pentru care 10^4<N<2·10^6 (pentru oţel);
- domeniul III al solicitărilor în cadrul durabilităţilor nelimitate pentru care N>2·10^6 (pentru oţel);

Reprezentarea curbei Wöhler în coordonate logaritmice (logσ_{max}-logN) se prezintă sub forma a două drepte a căror intersecţie se produce la valoarea limitei de oboseală pentru tensiunea maximă.

Oricare ar fi modul de reprezentare a curbelor de durabilitate la oboseală, diferitele domenii ale acesteia pot fi descrise de anumite ecuaţii. Câteva dintre aceste sunt prezentate în cele ce urmează.

O ecuaţie care cuprinde atât domeniul II cât şi domeniul III este cea dată de Weibull, respectiv:

(3.3)

în care m şi q reprezintă constante de material.

Din *relaţia 3.3* se constată că, atunci când $\sigma_{max}=\sigma_{-1}$ va rezulta $N\to\infty$ ceea ce reprezintă şi definiţia limitei teoretice la oboseală.

In ultima vreme se proiectează multe dintre organele de maşini să funcţioneze în cadrul domeniului II, al durabilităţii limitate. O relaţie care descrie foarte bine această zonă are forma:

$$\sigma_{max} = a \cdot N^b \tag{3.4}$$

în care a şi b reprezintă constante de material.

In cazul în care, reprezentarea curbei de durabilitate se face în coordonate $\log\sigma_a$-logN, avem o relaţie asemănătoare, respectiv:

$$\sigma_a \cdot N = const. \tag{3.5}$$

ce reprezintă relaţia lui Basquin.

Atunci când reprezentarea curbei de durabilitate se face în coordonate semilogartmice (σ_{max}-logN), relaţia care descrie această curbă este de forma:

$$\sigma_{max} = c + d \cdot logN \tag{3.6}$$

în care c şi d reprezintă constante de material.

Din încercările experimentale a reieşit faptul că limita la oboseală în cazul solicitării axiale este mai mică decât limita la oboseală determinată la solicitarea de încovoiere. Intre acestea, pentru majoritatea cazurilor, se poate scrie următoarea relaţie:

$$\sigma_{-1t} = (0{,}7 \ldots 0{,}8)\sigma_{-1} \tag{3.7}$$

Această diferenţiere în comportarea la solicitarea axială faţă de încovoiere se poate explica astfel: la solicitarea axială avem o stare omogenă de tensiuni, în oricare secţiune a probei o aceeaşi valoare (maximă) a tensiunii, şi, ca urmare, un mai mare volum de material este supus la tensiunile maxime, spre deosebire de solicitarea de încovoiere la care tensiunea maximă se regăseşte doar la nivelul suprafeţei. Se poate presupune că, dacă există defecte sau imperfecţiuni ale reţelei cristaline în interiorul piesei, de la care să se dezvolte în continuare o macrofisură prin oboseală, acele defecte sau imperfecţiuni vor fi solicitate la tensiuni mult mai mari în cazul solicitării axiale decât în cazul solicitării de încovoiere, pentru aceeaşi tensiune maximă de solicitare.

Există şi relaţii empirice care stabilesc o corelaţie între limita de curgere şi rezistenţa la rupere prin tracţiune (σ_u sau R_m). Aceste relaţii trebuie utilizate cu o anumită precauţie, având în vedere faptul că anumite clase de materiale au comportamente diferite la oboseală. De exemplu, pentru oţelurile cu rezistenţa la rupere prin tracţiune cuprinsă între 1200 MPa şi 1800 MPa, se poate utiliza relaţia:

$$\sigma_{-1} \approx 400 + \tfrac{1}{6}\sigma_u \quad [MPa] \tag{3.8}$$

Pentru metale neferoase se prezintă un interval de variație:

$$\sigma_{-1} \approx (0{,}25 \div 0{,}50)\sigma_u$$

Alte relații ce se pot utiliza sunt:
- $\sigma_{-1} \approx (0{,}4 \ldots 0{,}5)\ \sigma_u$ pentru oțel solicitat la încovoiere;
- $\sigma_0 \approx (1{,}5 \ldots 1{,}6)\ \sigma_{-1}$ pentru oțel solicitat la ciclu pulsant;
- $\tau_{-1} \approx 0{,}6\ \sigma_{-1}$ pentru oțel solicitat la torsiune;
- $\tau_0 \approx (1{,}8 - 2)\ \tau_{-1}$ pentru oțel solicitat la torsiune, ciclu pulsant.

În *tabelul 3.2* se prezintă valorile rezistenței la oboseală pentru câteva mărcide oțel [Tripa]

Tab. 3.2. Valori ale rezistenței la oboseală pentru câteva mărci de oțel

Oțel cu σ_u [MPa]	Tracțiune-compresiune σ_{-1t} [MPa]	Încovoiere σ_{-1} [MPa]	Torsiune τ_{-1} [MPa]
320-420	120-150	160-220	80-120
400-500	120-160	170-220	100-130
480-600	170-210	200-270	110-140
600-750	190-250	250-340	150-200
700-850		310-380	170-230
850-1050		400-450	210-250
1050-1250		450-490	250-300
1250-1450		500-600	280-350

In *figura 3.4a* asimptota orizontală inferioară reprezintă limita la oboseală. Pe lângă aceasta, mai apare și o asimptotă orizontală la partea superioară a curbei de durabilitate. In cazul în care $\sigma_m=\sigma_u$, unde σ_u reprezintă rezistența (ultimă) la tracțiune a materialului (fiind notată și cu Rm), epruveta va ceda în primul ciclu de încercare. In acest caz vom avea $\sigma_a=0$, respectiv $\sigma_m=\sigma_u$ sau $\sigma_m>0$ dacă $\sigma_a+\sigma_m=\sigma_u$. In orice caz, dacă σ_a are o valoare puțin mai mică decât σ_u, proba nu va ceda în primul ciclu de solicitare. De obicei, proba poate rezista și la un număr de 100 de cicluri de solicitare și chiar mai mult ca rezultat al ecruisării sau întăririi prin deformare plastică, *figura 3.5*.

In primul ciclu de la 0 la A, apare o deformație plastică semnificativă datorită faptului că tensiunea maximă din epruvetă depășește limita de curgere a materialului. Următoarele două subsecvențe, respectiv, descărcarea până în punctul B și încărcarea până în punctul A, conduc la o amplitudine a deformației plastice mult mai mică datorită tenacității la deformare a materialului, ceea ce se poate observa și din bucla de histerezis din *figura 3.5*. Bucla de histerezis poate susține un număr substanțial de cicluri de solicitare înainte ca epruveta să se rupă. In consecință, în cadrul curbei de durabilitate apare respectiva asimptotă orizontală superioară.

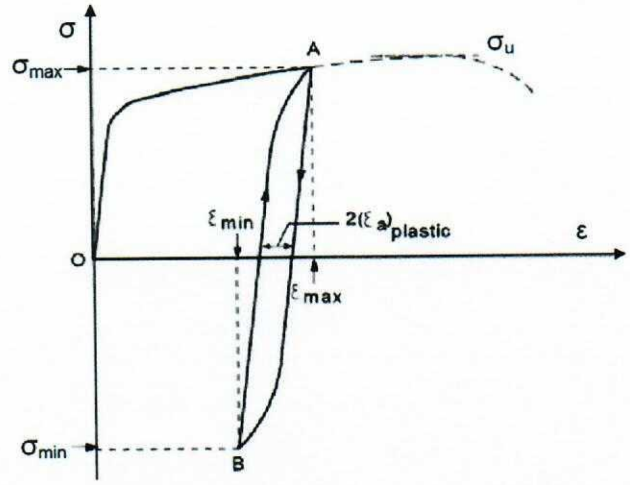


Fig. 3.5. Bucla tensiune-deformaţie în cadrul ciclului de solicitare cu amplitudine ridicată peste limita de curgere a materialului

Oboseala la amplitudini ridicate presupune solicitarea la un număr relativ redus de cicluri, de obicei până în 10^4 cicluri, şi face parte din domeniul I, *figura 3.4a*. Graniţa dintre domeniul I şi domeniul II nu este foarte bine definită. O diferenţiere mai bună o constituie faptul că oboseala efectuată la nivele mari ale tensiunii este asociată cu deformaţii plastice pentru fiecare ciclu de solicitare pe când oboseala condusă la nivele mici ale tensiunii produce deformaţii elastice în volumul întregii epruvete. Este evident faptul că atenţia este îndreptată în special spre domeniul II al curbei de durabilitate, pentru funcţionarea la un număr mare de cicluri de solicitare. Nu toate materialele prezintă o limită de oboseală determinată în mod foarte clar. Multe materiale neferoase cum ar fi: aliajele din aluminiu, magneziu, cupru, etc. prezintă o curbă de durabilitate la oboseală cu variaţie descendentă, *figura 3.6*.

Pentru astfel de aliaje nu se mai poate defini o limită la oboseală ci o rezistenţă la oboseală convenţională, $\sigma_{R,N}$, ca fiind valoarea tensiunii maxime corespunzătoare unei anumite durabilităţi N, pentru un ciclu cu gradul de asimetrie R. Limita la oboseală reprezintă rezistenţa la oboseală $\sigma_{R,N0}$, pentru materialele ce prezintă asimptotă orizontală inferioară la curba de durabilitate. Din acest motiv se vorbeşte în general despre rezistenţă la oboseală ce cuprinde şi termenul de limită la oboseală pentru un număr de cicluri dincolo de N_0.

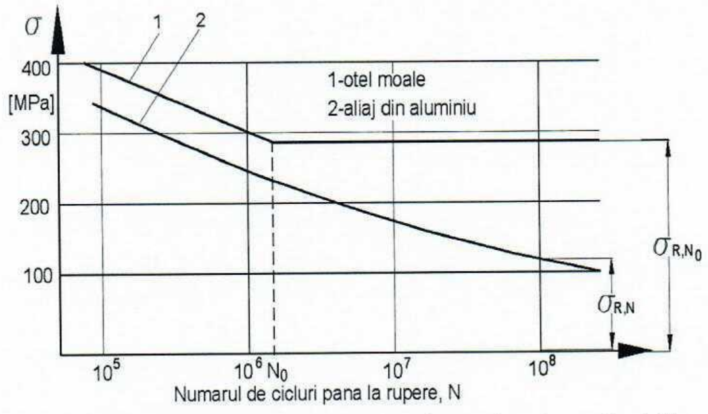
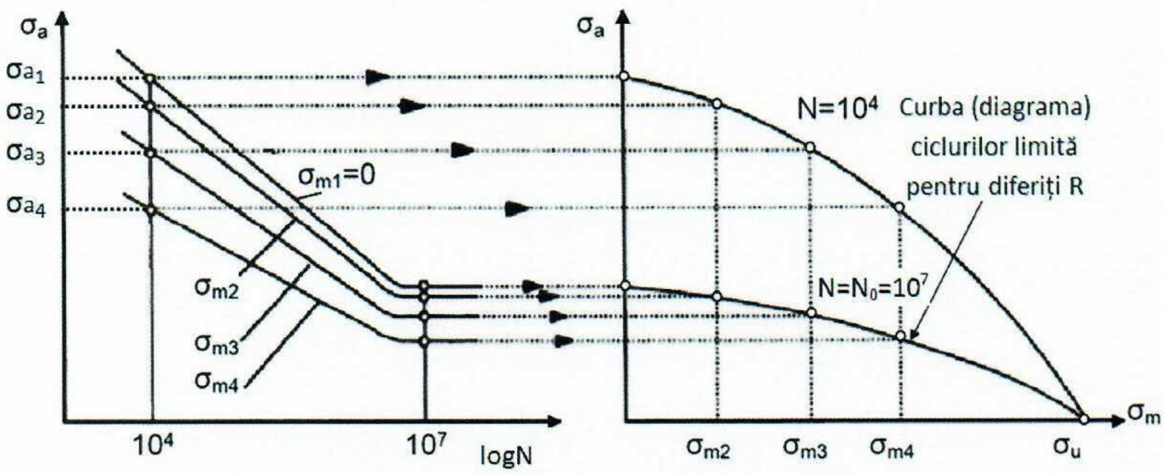


Fig. 3.6. Curbe de oboseală pentru un oţel moale şi un aliaj din aluminiu

3.5. Diagramele ciclurilor limită la oboseală

Dacă se conduce o solicitare la oboseală pentru un material, utilizându-se diferiţi coeficienţi de asimetrie, pentru limita la oboseală vor rezulta valori diferite, *figura 3.7a*. Un ciclu având σ_m=0 este un ciclu alternant simetric. Pentru ca o epruvetă la care σ_m *creşte*, să se rupă la *aceeaşi valoare a numărului de cicluri* (N=10^4 sau N=10^7 de exemplu) trebuie ca amplitudinea ciclului, σ_a, *să scadă*. Dacă nu s-ar întâmpla acest lucru, tensiunea maximă ar creşte şi epruveta s-ar rupe după un număr mai mic de cicluri. Aceasta este explicaţia curbelor trasate în *figura 3.7a*. Evident că, fiecare dintre aceste curbe are coeficient de asimetrie diferit. Reprezentarea grafică a variaţiei limitei la oboseală în raport cu coeficientul de asimetrie al ciclului de solicitare poartă numele de ***diagramă** a ciclurilor limită*. În *figura 3.7b*, diagrama ciclurilor limită este cea trasată pentru N=N_0 (în acest caz 10^7 cicluri). Prin ciclu limită definim un ciclu **cu un anumit grad de asimetrie** a cărui tensiune maximă este egală cu limita la oboseală corespunzătoare gradului de asimetrie respectiv. Pentru fiecare punct de pe diagrama ciclurilor limită avem un alt coeficient de asimetrie.



a) Curbe de durabilitate b) diagrame ale ciclurilor limită

Fig. 3.7. Curbe de durabilitate pentru diferiţi coeficienţi de asimetrie

Din *figura 3.7* se poate constata că limita la oboseală creşte pe măsură ce tensiunea medie creşte, ca urmare pe măsură ce gradul de asimetrie tinde către valori pozitive. De aici se poate vedea influenţa coeficientului de asimetrie asupra rezultatelor la încercările de oboseală. Din punct de vedere experimental este destul de dificil de a trasa curbele de durabilitate ale unui material pentru diferiţi coeficienţi de asimetrie a ciclului de solicitare. In aceste condiţii, s-a impus trasarea unor diagrame simplificate cu ajutorul cărora să se poată determina limita la oboseală pentru diferiţi coeficienţi de asimetrie, chiar dacă nu s-a trasat o curbă de durabilitate pentru acei coeficienţi.

Se cunosc mai multe tipuri de diagrame după mărimile trecute în axele de coordonate.

3.5.1. Diagrama ciclurilor limită de tip Haigh

Această diagramă este o reprezentare în coordonate σ_a-σ_m, respectiv amplitudinea ciclului de solicitare în raport cu tensiunea medie, iar un ciclu de solicitare se reprezintă printr-un punct. *Figura 3.8* prezintă o diagramă de tip Haigh pentru **solicitări cu σ_m>0.**

Curba ABU reprezintă curba ciclurilor limită, valorile tensiunilor de pe această curbă conţinând indicele „L". Toate punctele care se regăsesc în exteriorul curbei ciclurilor limită reprezintă tot atâtea posibilităţi ca epruvetele să se rupă, solicitate fiind cu un număr de cicluri mai mare ca N_0. Suma coordonatelor unui punct L aflat pe curba ciclurilor limită reprezintă chiar limita la oboseală. Ca urmare vom avea:

$$\sigma_{max_L} = \overline{OQ} + \overline{QL} = \sigma_{m_L} + \sigma_{a_L} \tag{3.9}$$

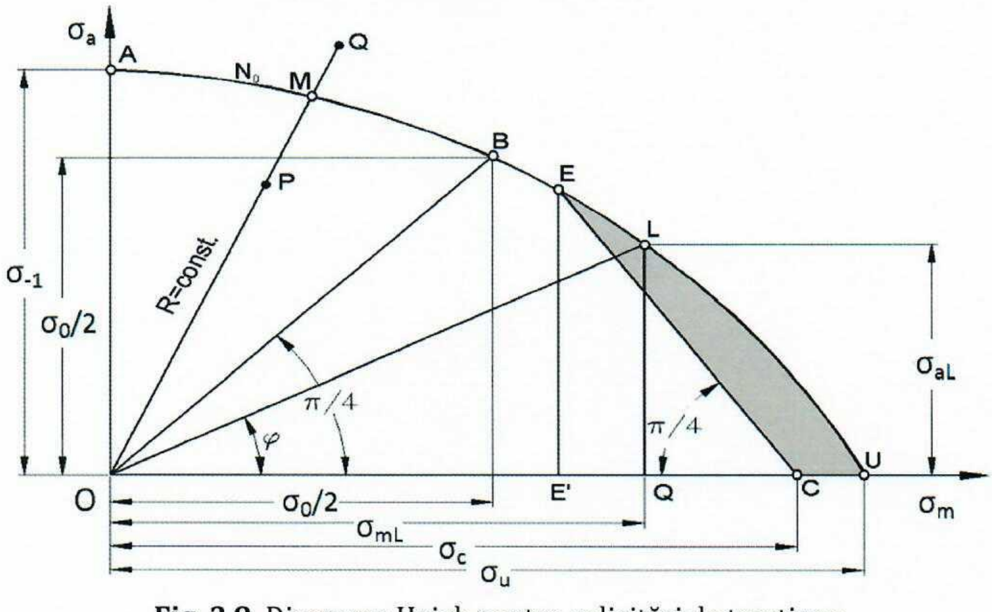


Fig. 3.8. Diagrama Haigh pentru solicitări de tracţiune

In acest caz, coeficientul de asimetrie va avea valoarea:

$$R = \frac{\sigma_{minL}}{\sigma_{maxL}} = \frac{\sigma_{m_L} - \sigma_{a_L}}{\sigma_{m_L} + \sigma_{a_L}} \tag{3.10}$$

Dacă se cunoaşte valoarea coeficientului de asimetrie R, punctul L se poate găsi calculând panta dreptei OL cu relaţia:

$$tg\varphi = \frac{\sigma_{a_L}}{\sigma_{m_L}} = \frac{\sigma_{max_L} - \sigma_{min_L}}{\sigma_{max_L} + \sigma_{min_L}} = \frac{1-R}{1+R} \tag{3.11}$$

Pe curba ciclurilor limită din *figura 3.8* se pot determina trei puncte particulare, respectiv:

- Punctul A ce reprezintă limita la oboseală determinată după un ciclu alternant simetric;
- Punctul B ce reprezintă limita la oboseală determinată după un ciclu pulsant;
- Punctul U care determinat pe baza unei încercări statice de tracţiune, în care σ_u reprezintă rezistenţa la tracţiune (ultimă), a materialului, notată şi cu Rm.

Pentru materialele ductile la care tensiunea de curgere σ_c este tensiune limită, porțiunea EUCE din diagramă nu se mai ia în considerare. Dreapta CE reprezintă, în acest caz, curba limită pentru care $\sigma_{max}=\sigma_c$. De exemplu, pentru punctul E avem:

$$\sigma_{max_L} = \overline{OE'} + \overline{EE'} = \overline{OE'} + \overline{E'C} = \sigma_c \quad (3.12)$$

întrucât $\overline{EE'} = \overline{E'C}$ (unghiul C este 45^0).

In continuare se va examina o diagrama de tip Haigh completă, pentru care se consideră atât solicitările de tracțiune cât și solicitările de compresiune, *figura 3.9.*

In cadrul acestei diagrame se consideră că pot fi determinate și, ca urmare, cunoscute, următoarele mărimi:

- Limita de curgere la tracțiune, σ_{ct};
- Limita de curgere la compresiune, σ_{cc};
- Rezistența la rupere prin tracțiune, σ_{ut};
- Rezistența la rupere prin compresiune, σ_{uc}; cu $\sigma_{ct}<\sigma_{cc}$ și $\sigma_{ut}<\sigma_{uc}$.

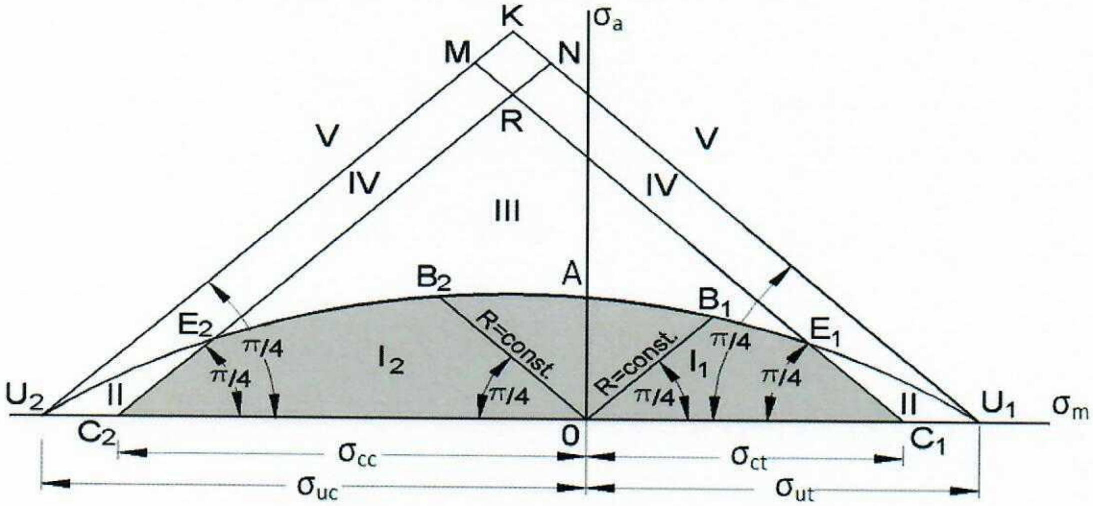


Fig. 3.9. Diagrama Haigh completă

Construcția diagramei se face pornind de la stabilirea punctelor U_1, C_1, U_2 și C_2, corespunzătoare valorilor pentru mărimile σ_{ut}, σ_{ct}, σ_{uc} și σ_{cc}. Conform *figurii 3.8*, din aceste puncte se trasează drepte la 45^0, care se vor intersecta în punctele K și R. Se constată că, oricare ar fi un punct de pe dreptele U_1K și U_2K, tensiunea maximă corespunzătoare acestora este dată de relația:

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a = \sigma_{ut} \quad (3.13)$$

Ca urmare, pentru realizarea acestor puncte este necesar să efectueze un singur ciclu de solicitare după care epruveta se va rupe. Tensiunea care se atinge în punctele de pe dreptele C_1R și C_2R este cea corespunzătoare limitei de curgere. Dacă, după un anumit număr de cicluri de funcționare se ajunge la dreptele C_1R și C_2R, dincolo de acestea solicitarea va avea loc cu deformații plastice semnificative, chiar de la următorul ciclu de solicitare. In zona mărginită de punctele U_1C_1RN, deformațiile plastice se vor realiza sub acțiunea solicitării de tracțiune, în zona mărginită de punctele U_2C_2RM deformațiile plastice vor apărea sub acțiunea solicitării de

compresiune în timp ce în zona RNKM deformaţiile plastice apar şi la întindere şi la compresiune.

Se trasează apoi diagrama ciclurilor limită care trebuie să treacă printr-o serie de puncte obligatorii:

- Punctul U_1 corespunzător rezistenţei de rupere la solicitarea de tracţiune, σ_{ut} sau σ_{+1t};
- Punctul B_1 ce reprezintă limita la oboseală determinată după un ciclu pulsant de tracţiune, σ_{0t};
- Punctul A ce reprezintă limita la oboseală determinată după un ciclu alternant simetric, σ_{-1};
- Punctul B_2 ce reprezintă limita la oboseală determinată după un ciclu pulsant de compresiune, σ_{0c};
- Punctul U_2 corespunzător rezistenţei de rupere la solicitarea de compresiune, σ_{+1c}.

Coeficientul de asimetrie R este constant pentru oricare dreaptă dusă din punctul O pe curba ciclurilor limită. Pentru determinarea coeficientului de asimetrie pentru un punct oarecare de pe curba ciclurilor limită se va utiliza *relaţia 3.10*, corespunzătoare acelui punct. Cele patru drepte trasate la 45^0, precum şi curba ciclurilor limită împart diagrama Haigh în cinci zone:

I- (I_1+I_2) Zona tensiunilor în care solicitarea prin oboseală produce doar deformaţii elastice. Această zonă este cea în care funcţionează majoritatea organelor de maşini;

II- In interiorul acestei zone se produc deformaţii plastice încă de la următorul ciclu de solicitare de la depăşirea zonei I. Dacă nivelul tensiunilor este astfel încât din această zonă ne apropiem de curba ciclurilor limită, ruperea va deveni inevitabilă;

III- Înainte de a ajunge în această zonă, solicitarea a produs, în cea mai mare parte, doar deformaţii elastice. In această zonă se produce ruperea după un număr relativ mare de cicluri de solicitare. Deformaţii plastice dacă apar, sunt limitate în zona din imediata vecinătate a fisurii care se propagă catastrofal până la rupere;

IV- In această zonă apar deformaţii plastice semnificative, ruperea producându-se datorită propagării unei fisuri pornind de la o microfisură dezvoltată ca urmare a blocării pe un obstacol a dislocaţiilor provocate de deformaţia plastică respectivă;

V- Este zona ciclurilor care nu se pot realiza în mod practic, fiind dincolo de rezistenţa la rupere a materialului.

Zona care a fost studiată cel mai mult şi care prezintă interesul cel mai mare este zona I_1, respectiv zona în care tensiunile medii sunt pozitive. Acest lucru se datorează şi faptului că, majoritatea materialelor se comportă mai slab la tracţiune decât la compresiune. Ca urmare, odată stabilită valoarea limitei la oboseală pentru tracţiune aceasta este acoperitoare din punct de vedere al proiectării la oboseală, şi pentru zona de compresiune.

3.5.2. Schematizări ale diagramei Haigh

Chiar şi pentru zona I_1 diagrama Haigh este destul de dificil de trasat, având în vedere numărul mare de determinări experimentale ce trebuie efectuate asupra aceluiaşi material. In aceste condiţii, s-au propus o serie de schematizări ale diagramei Haigh, astfel încât acestea să

fie acoperitoare din punct de vedere al proiectării la oboseală şi să utilizeze cât mai puţine şi elocvente determinări experimentale. In *figura 3.10* sunt prezentate câteva dintre schematizările acestei diagrame, care pot fi trasate fără prea mare dificultate.

Aşa cum rezultă din *figura 3.10*, schematizările utilizate ţin seama de comportarea materialului la solicitarea de oboseală. Observaţia care trebuie făcută aici este aceea că, cele patru valori ale tensiunilor indicate în *figura 3.10*, respectiv, σ_u, σ_c, σ_0 şi σ_{-1}, diferă de la un material la altul şi că, pentru diferite materiale (fragile, ductile, etc.) dreptele de schematizare ar avea atât punctele de pe abscisă, punctele de pe ordonată cât şi pantele, diferite.

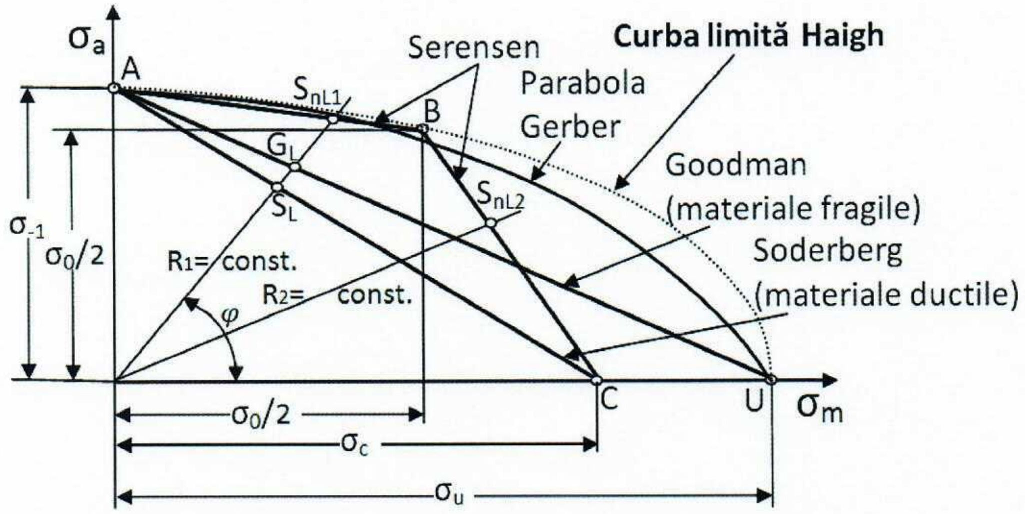


Fig. 3.10. Schematizări ale diagramei Haigh

Pentru materialele fragile (ceramice, fontă, oţeluri tratate termic) la care ruperea se produce relativ repede după zona de elasticitate, se poate utiliza **schematizarea Goodman**, *figura 3.11*, pentru care dreapta limită are ecuaţia:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \tag{3.14}$$

Ecuaţia acestei drepte se intersectează cu ecuaţia dreptei pentru coeficientul de asimetrie, respectiv:

$$R = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a} \tag{3.15}$$

şi se vor obţine coordonatele (σ_{aGL}, σ_{mGL}) ale punctului de intersecţie G_L, care, conform *relaţiei (3.9)*, vor da tensiunea maximă limită, înregistrată pentru ciclurile de solicitare având coeficientul de asimetrie R:

$$\sigma_{mGL} = \frac{\sigma_u \sigma_{-1}}{\sigma_u \frac{(1-R)}{(1+R)} + \sigma_{-1}} = \frac{\sigma_u \sigma_{-1}}{\sigma_u tg\varphi + \sigma_{-1}} \tag{3.16}$$

$$\sigma_{aGL} = \frac{\sigma_u \sigma_{-1}}{\sigma_u + \sigma_{-1} \frac{(1+R)}{(1-R)}} = \frac{\sigma_u \sigma_{-1}}{\sigma_u + \sigma_{-1} ctg\varphi} \tag{3.17}$$

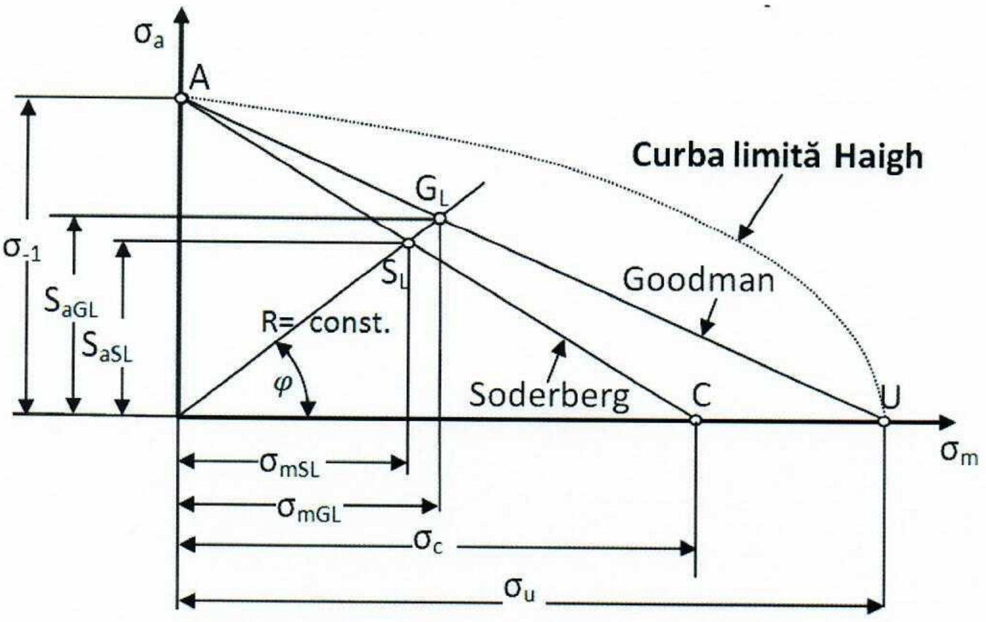


Fig. 3.11. Schematizările Goodman şi Soderberg

Pentru materialele care suferă deformaţii plastice însemnate înainte de rupere, starea limită fiind dată de limita de curgere, se poate utiliza **schematizarea Soderberg** a cărui dreaptă are ecuaţia:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_c} = 1 \tag{3.18}$$

Intersectându-se ecuaţia acestei drepte cu ecuaţia dată de *relaţia (3.15)* se vor obţine coordonatele (σ_{aSL}, σ_{mSL}) ale punctului de intersecţie S_L, care, conform *relaţiei (3.9)*, vor da tensiunea maximă limită, înregistrată pentru ciclurile de solicitare având coeficientul de asimetrie R:

$$\sigma_{mGL} = \frac{\sigma_c\sigma_{-1}}{\sigma_c\frac{(1-R)}{(1+R)}+\sigma_{-1}} = \frac{\sigma_c\sigma_{-1}}{\sigma_c tg\varphi+\sigma_{-1}} \tag{3.19}$$

$$\sigma_{aGL} = \frac{\sigma_c\sigma_{-1}}{\sigma_c+\sigma_{-1}\frac{(1+R)}{(1-R)}} = \frac{\sigma_c\sigma_{-1}}{\sigma_c+\sigma_{-1}ctg\varphi} \tag{3.20}$$

Schematizarea Serensen este prezentată în detaliu în *figura 3.12*.

Trasarea acestei diagrame are loc astfel:

- Se consideră punctul A determinat de valoarea σ_{-1} pe ordonată (σ_a) şi punctul C determinat de valoarea σ_c pe abscisă (σ_m);
- Se figurează punctul B de coordonate ($\sigma_0/2$, $\sigma_0/2$) construindu-se **dreapta AB;**
- Se construieşte dreapta BC;
- Din punctul C se trasează o dreaptă la 45^0 (ca în *figura 3.12*) ce intersectează dreapta BC în G;
- Ca urmare a construcţiei de la punctul anterior se obţin **dreptele BG** şi **GC**.

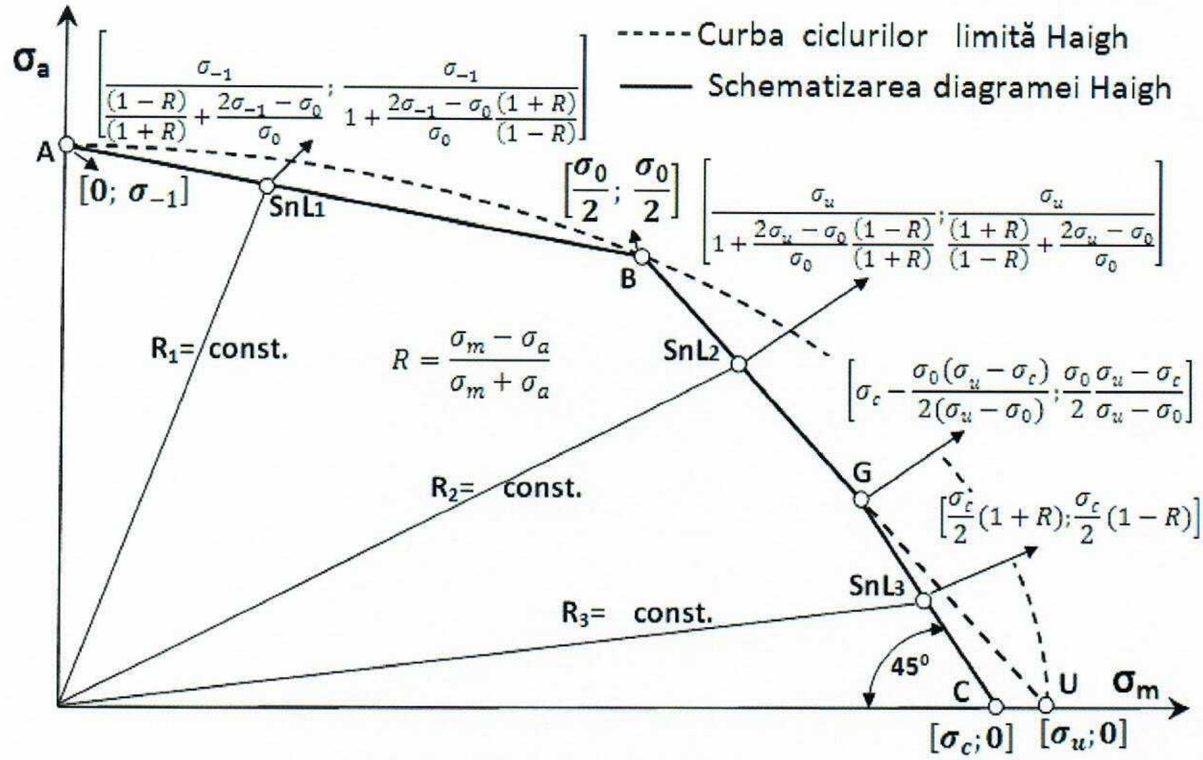


Fig. 3.12. Schematizarea Serensen

Schematizarea Serensen este compusă din dreptele AB, BG (BU) și GC ale căror ecuații sunt date de:

- dreapta AB: $$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\frac{\sigma_0\sigma_{-1}}{2\sigma_{-1}-\sigma_0}} = 1 \qquad (3.21)$$

- dreapta BG (BU): $$\frac{\sigma_a}{\frac{\sigma_0\sigma_u}{2\sigma_u-\sigma_0}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \qquad (3.22)$$

- drepta GC: $$\frac{\sigma_a}{\sigma_c} + \frac{\sigma_m}{\sigma_c} = 1 \qquad (3.23)$$

Dacă se intersectează ecuațiile dreptelor BG și GC, se obțin coordonatele punctul G, ca fiind:

$$\sigma_m = \sigma_c - \frac{\sigma_0(\sigma_u - \sigma_c)}{2(\sigma_u - \sigma_0)};\ \sigma_a = \frac{\sigma_0}{2}\frac{\sigma_u - \sigma_c}{\sigma_u - \sigma_0}$$

Intersectându-se ecuația dreptelor AB, BG și GC cu ecuația dată de *relația (3.15)* se vor obține coordonatele (σ_{aL}, σ_{mL}) ale punctelor de intersecție S_{n1}, S_{n2} și S_{n3}, care, conform *relației (3.9)*, vor da tensiunea maximă limită, înregistrată pentru ciclurile de solicitare având coeficientul de asimetrie R:

- punctul de intersecție cu dreapta AB:

$$\sigma_{mSn1L} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{(1-R)}{(1+R)}+\frac{2\sigma_{-1}-\sigma_0}{\sigma_0}} = \frac{\sigma_{-1}}{tg\varphi+\frac{2\sigma_{-1}-\sigma_0}{\sigma_0}} \qquad (3.24)$$

$$\sigma_{aSn1L} = \frac{\sigma_{-1}}{1+\frac{2\sigma_{-1}-\sigma_0}{\sigma_0}\frac{(1+R)}{(1-R)}} = \frac{\sigma_{-1}}{1+\frac{2\sigma_{-1}-\sigma_0}{\sigma_0}ctg\varphi} \tag{3.25}$$

- punctul de intersecţie cu dreapta BG:

$$\sigma_{mSn2L} = \frac{\sigma_u}{1+\frac{2\sigma_u-\sigma_0}{\sigma_0}\frac{(1-R)}{(1+R)}} = \frac{\sigma_u}{1+\frac{2\sigma_u-\sigma_0}{\sigma_0}tg\varphi} \tag{3.26}$$

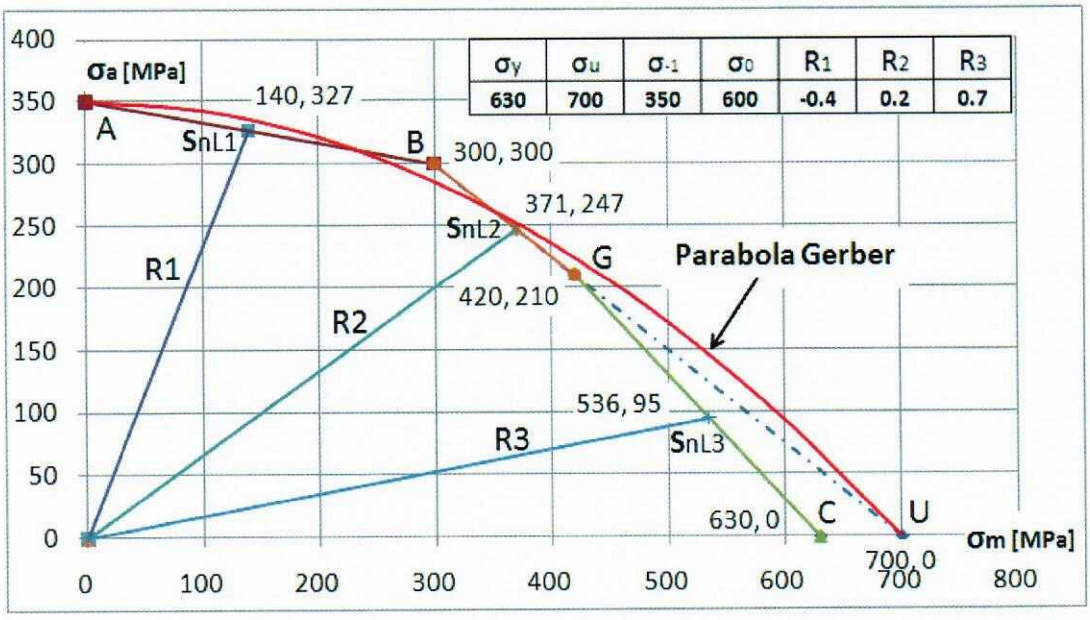
$$\sigma_{aSn2L} = \frac{\sigma_u}{\frac{(1+R)}{(1-R)}+\frac{2\sigma_u-\sigma_0}{\sigma_0}} = \frac{\sigma_c}{ctg\varphi+\frac{2\sigma_c-\sigma_0}{\sigma_0}} \tag{3.27}$$

- punctul de intersecţie cu dreapta GC:

$$\sigma_{mSn3L} = \frac{\sigma_c}{2}(1+R) \tag{3.28}$$

$$\sigma_{aSn3L} = \frac{\sigma_c}{2}(1-R) \tag{3.29}$$

Cu ajutorul relaţiilor prezentate mai sus se pot trasa dreptele AB, BG şi GC, pentru anumite valori ale tensiunii de curgere, σ_y, rezistenţei la tracţiune, σ_u, limitei la oboseală după un ciclu alternant-simetric, σ_{-1}, limitei la oboseală după un ciclu pulsant, σ_0 precum şi pentru anumite valori ale coeficientului de asimetrie a ciclului R, strict determinate de intervalele definite de respectivele drepte. Aceste drepte precum şi valorile luate în considerare sunt prezentate în *figura 3.13*. Tot aici este trasată şi parabola Gerber a cărei ecuaţie este dată de *relaţia (3.25)*.



σy	σu	σ-1	σ0	R1	R2	R3
630	700	350	600	-0.4	0.2	0.7

Fig. 3.13. Dreptele rezultate prin schematizarea diagramei Haigh pentru valori predefinite ale tensiunilor

In programul Xcell se vor furniza ecuaţile dreptelor, valorile tensiunilor amintite, coeficienţii de asimetrie pe intervale precum şi coordonatele punctelor de intersecţie ale dreptelor R=const. cu dreptele AB, BG şi GU. Astfel, configuraţia din *figura 3.13* este prezentată automat. Valorile date pentru tensiuni trebuie să fie pentru acelaşi material, condiţie în care se respectă anumite proporţii între tensiunile σ_u, σ_y, σ_0 şi σ_{-1}. De asemenea, coeficienţii de asimetrie trebuie să varieze între [-1,0] pentru intersecţiile cu dreapta AB şi între [0,1] pentru intersecţiile cu dreptele BG şi BC. In aceste condiţii, punctele de intersecţie S_{nL1}, S_{nL2} şi S_{nL3} se vor afla tot timpul pe dreptele AB, BG respectiv GC.

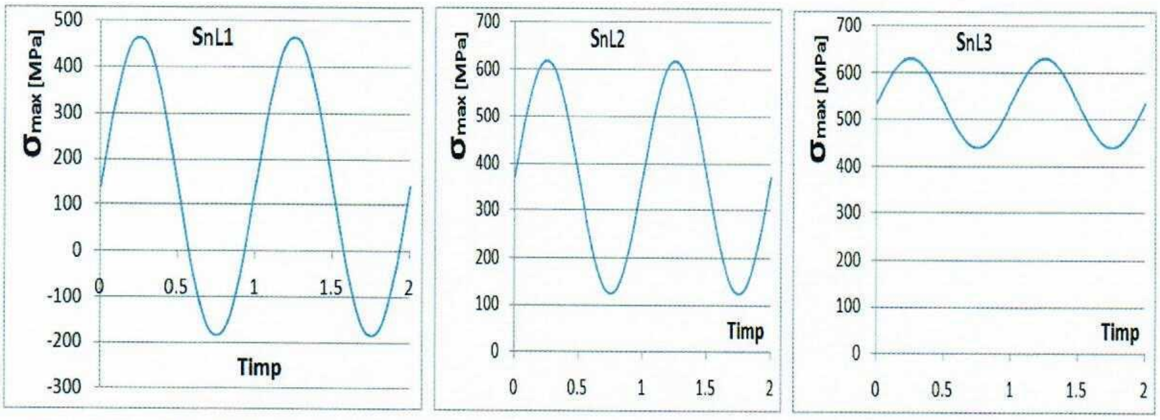


Fig. 3.14. Forma ciclurilor de solicitare corespunzătoare punctelor SnL1, SnL2 şi SnL3

Diagrama Haigh poate fi schematizată şi sub formă neliniară de tipul:

- Schematizarea Gerber a cărei ecuaţie este:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1 \tag{3.25}$$

- Schematizarea de tip elipsă cu ecuaţia:

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1 \tag{3.26}$$

- Schematizarea Chester şi Dodge cu ecuaţia:

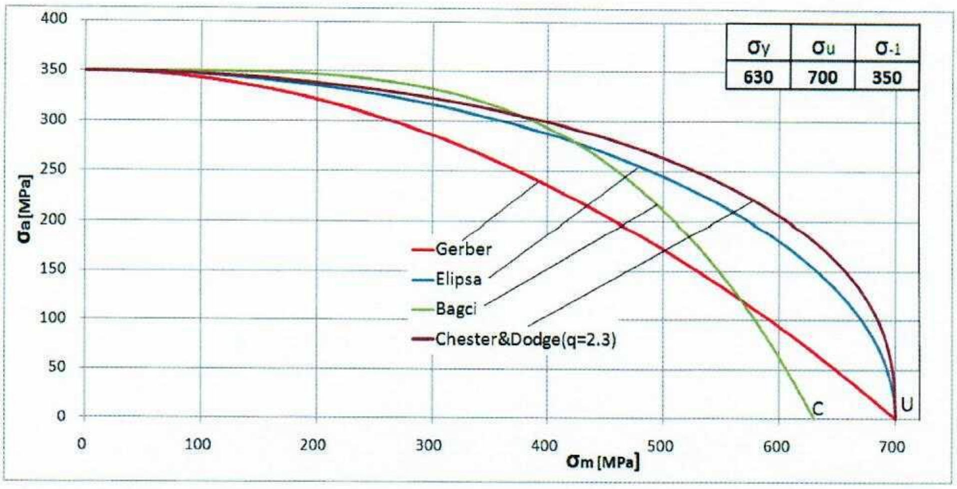
$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}\right)^q + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1 \tag{3.27}$$

unde q este o constantă de material.

- Schematizarea Bagci a cărei ecuaţie este dată de:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_c}\right)^4 = 1 \tag{3.28}$$

Un exemplu de trasare a acestor curbe bazat pe date concrete ale caracteristicilor unui oţel, (σ_y, σ_u şi σ_{-1}) este prezentat în *figura 3.15*.



Fix. 3.15. Exemplu de configurare a curbelor de schematizarea diagramei Haigh

3.5.3. Diagrama Smith

Un alt tip de diagramă a rezistențelor la oboseală este *diagrama Smith,* reprezentată în coordonate (σ_m; σ_{max}-σ_{min}), *figura 3.16*. Diagrama tip Smith reprezintă variația ciclurilor limită de tracțiune - compresiune iar orice ciclu este redat printr-o pereche de puncte de aceeași abscisă, egal depărtate fiind de axa la 45⁰.

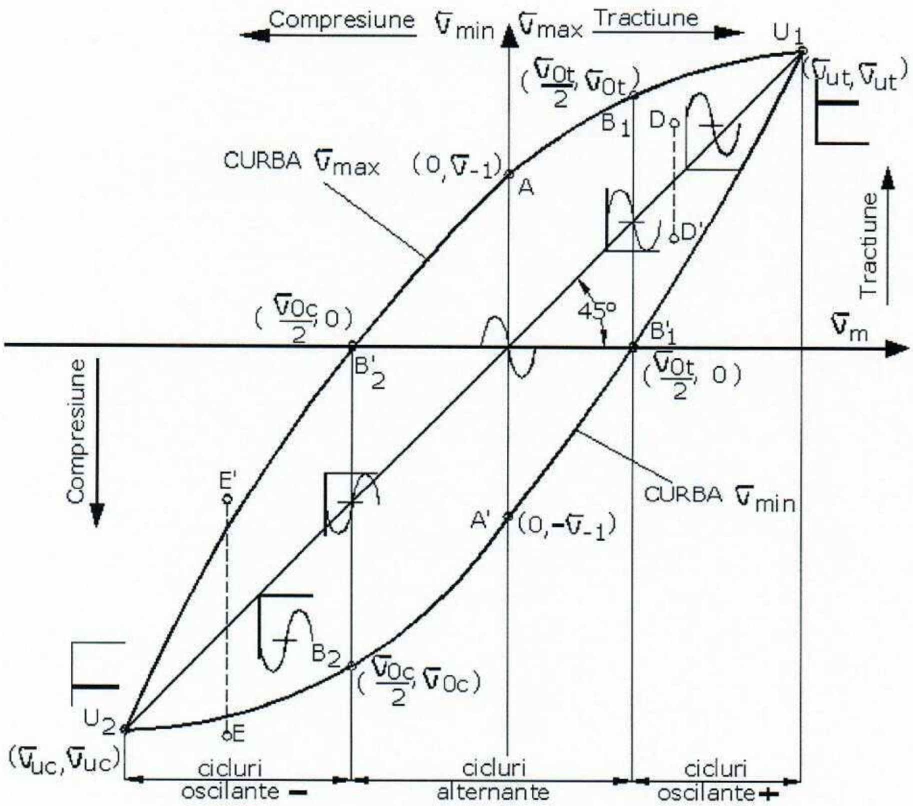


Fig. 3.16. Diagrama Smith

Ciclurile limită sunt reprezentate prin punctele situate pe curbele notate în *figura 3.16* cu σ_{max} și σ_{min}. Pot fi puse în evidență urmatoarele cicluri semnificative:

AA': - ciclu alternant simetric de tracțiune-compresiune;

$B_1B'_1$: - ciclu pulsant pozitiv de tracțiune;

$B_2B'_2$: – ciclu pulsant negativ de compresiune;

U_1 şi U_2: – solicitari statice de tracţiune şi de compresiune, la limita de rupere;

DD': – ciclu nepericulos;

EE: - ciclu periculos, care produce ruperea prin oboseală.

Trasarea acestei diagrame necesită foarte multe încercări experimentale. Practic este destul de dificil de a obţine, din determinări experimentale, date necesare pentru cât mai multe puncte de pe curbele σ_{max} şi σ_{min}, pentru ca acestea să fie trasate cu o cât mai bună fidelitate. Din acest motiv se utilizează o diagramă schematizată ce utilizează un număr redus de mărimi caracteristice, la solicitări statice şi de oboseală.

Schematizarea diagramei Smith constă din trasarea de drepte între puncte cunoscute şi care pot fi obţinute cu uşurinţă. Pentru trasarea acestei diagrame sunt necesare: rezistenţa la oboseală pentru ciclu alternant simetric, σ_{-1}, limita de curgere, σ_c şi rezistenţa la oboseală pentru ciclul pulsant σ_0. Toate aceste caracteristici de material, necesare trasării diagramei Smith schematizate, sunt relativ uşor de obţinut, ceea ce face ca acest tip de diagramă să fie foarte mult utilizată în calculele de rezistenţă. Din aceste diagrame se utilizează în calcule, în mod special, cele trei caracteristici de material amintite anterior. Forma diagramei Smith, schematizate, partea ei de tracţiune, este prezentată în *figura 3.17*.

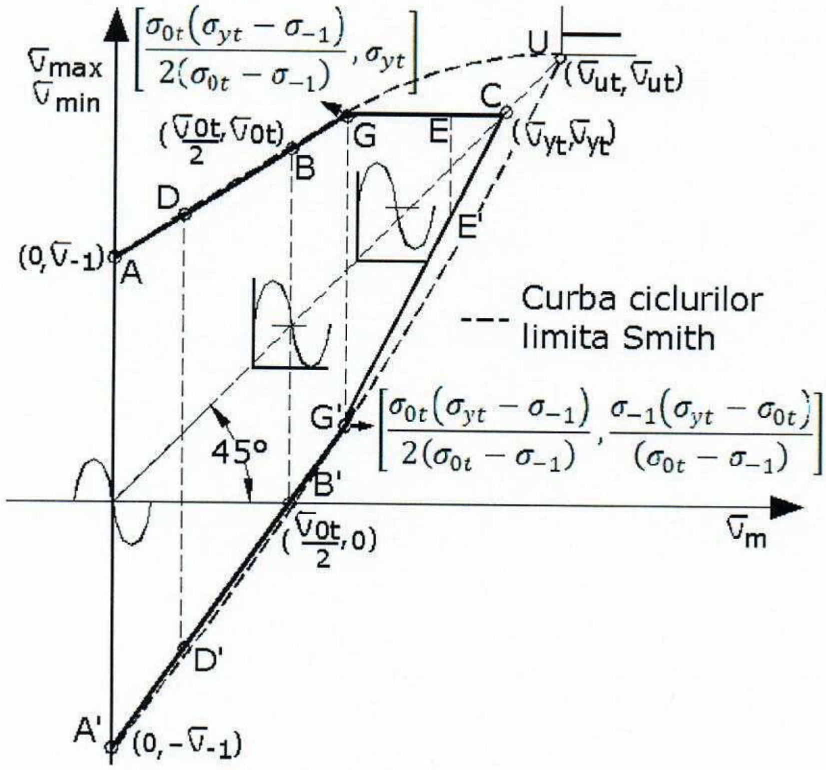


Fig. 3.17. Schematizarea diagramei Smith

Ecuaţiile celor patru drepte ce delimitează zona interioară în care epruvetele nu se rup, sunt următoarele (pe domeniul delimitat de punctele de capăt):

- Dreapta AB (AG):

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{-1t}}+\frac{\sigma_m}{\frac{\sigma_{0t}\sigma_{-1t}}{2(\sigma_{-1t}-\sigma_{0t})}}=1$$

- Dreapta GC:

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{yt}}=1$$

- Dreapta A'B' (A'G'):

$$\frac{\sigma_m}{\frac{\sigma_{0t}}{2}}-\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{-1t}}=1$$

- Dreapta G'C:

$$\frac{\sigma_{min}-\sigma_y}{\sigma_m-\sigma_y}=2\frac{\sigma_{-1}(\sigma_{yt}-\sigma_0)-\sigma_y(\sigma_0-\sigma_{-1})}{\sigma_0(\sigma_{yt}-\sigma_{-1})-2\sigma_y(\sigma_0-\sigma_y)}$$

Atunci când se stabileşte un coeficient de asimetrie a ciclului, R, vor rezulta tensiunile σ_{max}, σ_m şi σ_{min}, corespunzătoare celor două zone (AG şi GC, respectiv A'G' şi G'C) date de relaţiile:

- relaţie între σ_{max}, σ_m şi R:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{max}}=\frac{R+1}{2}$$

- relaţie între σ_{min}, σ_m şi R:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{min}}=\frac{R+1}{2R}$$

- punctul D:

$$\sigma_m=\frac{\sigma_{0t}\sigma_{-1}}{\sigma_{-1}+R(\sigma_{-1}-\sigma_{0t})}\frac{R+1}{2};\ \sigma_{max}=\frac{\sigma_{0t}\sigma_{-1}}{\sigma_{-1}+R(\sigma_{-1}-\sigma_{0t})}$$

- punctul D':

$$\sigma_m=\frac{1}{\frac{R+1}{R\sigma_{0t}}-\frac{1}{\sigma_{-1}}}\frac{R+1}{2R};\ \sigma_{min}=\frac{1}{\frac{R+1}{R\sigma_{0t}}-\frac{1}{\sigma_{-1}}}$$

Tensiunea medie σ_m, atât pentru punctul D cât şi pentru punctul D' are aceeaşi valoare.

- punctul E:

$$\sigma_m=\sigma_{yt}\frac{R+1}{2};\ \sigma_{max}=\sigma_{yt}$$

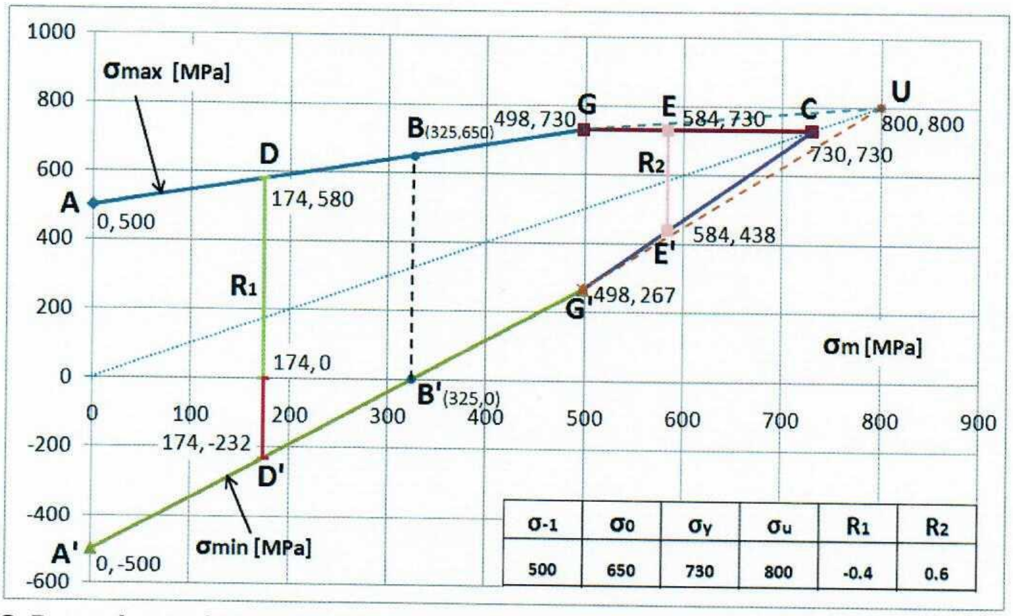
- punctul E':

$$\sigma_m=\sigma_{yt}\frac{R+1}{2};\ \sigma_{min}=\sigma_{yt}R$$

Tensiunea medie σ_m, atât pentru punctul E cât şi pentru punctul E' are aceeaşi valoare.

Cu ajutorul relațiilor prezentate mai sus se pot trasa dreptele AB, BC, A'B' și b'CC, pentru anumite valori ale limitei la oboseală după un ciclu alternant-simetric, σ_{-1}, limitei la oboseală după un ciclu pulsant, σ_0, tensiunii de curgere, σ_y, precum și pentru anumite valori ale coeficientului de asimetrie a ciclului R. Aceste drepte precum și valorile luate în considerare sunt prezentate în *figura 3.18* și sunt trasate în mod automat prin programul Xcell în care s-au introdus ecuațiile dreptelor descrise mai sus.

Evident că valorile date trebuie să fie pentru același material, condiție în care se respectă anumite proporții între tensiunile σ_y, σ_0 și σ_{-1}. De asemenea, coeficienții de asimetrie trebuie să varieze între [-1,0] pentru intersecțiile cu dreptele AB și AB' și între [0,1] pentru intersecțiile cu dreptele BC și B'C. In aceste condiții, punctele D și D' se vor afla tot timpul pe dreptele AB respectiv AB' în timp ce punctele E și E' se vor afla tot timpul pe dreptele BC respectiv B'C.



σ-1	σ0	σy	σu	R1	R2
500	650	730	800	-0.4	0.6

Fig. 3.18. Dreptele rezultate prin schematizarea diagramei Smith pentru valori predefinite ale tensiunilor și coeficientului de asimetrie

In aceste condiții, ciclurile determinate de punctele A-A', ca și punctele de intersecție ale dreptelor R1=-0,4 și R2=0,6 cu dreptele de schematizare ale diagramei Smith vor conduce la ciclurile de tipul celor prezentate în *figura 3.19.*

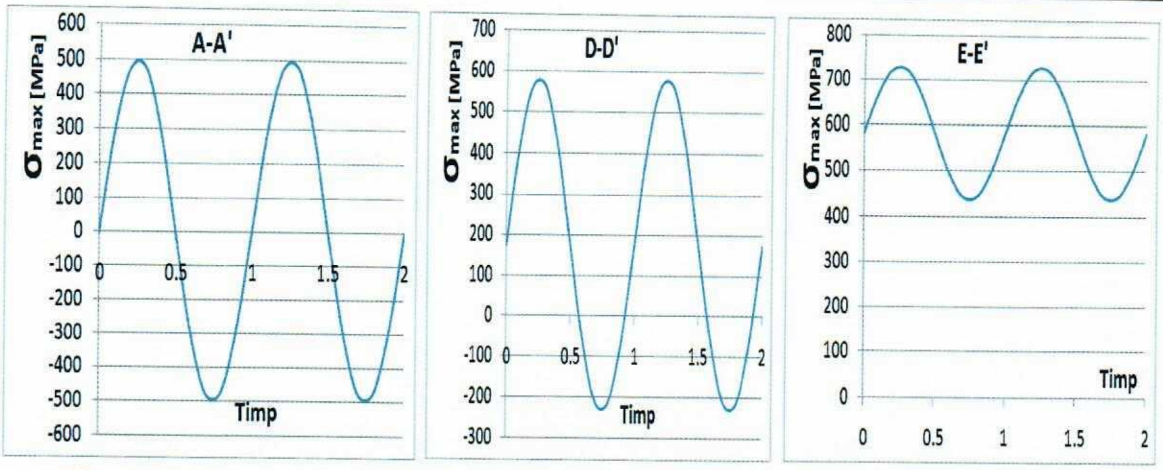


Fig. 3.19. Forma ciclurilor de solicitare corespunzătoare punctelor A-A', D-D' şi E-E'

3.6. Efectele factorilor de solicitare

3.6.1. Influenţa tensiunii medii

Majoritatea rezultatelor experimentale existente în literatura de specialitate au fost determinate pentru cicluri simetrice (R=-1). Pentru o tensiune medie σ_m diferită de zero se produce o translare a curbei de durabilitate pe direcţia axei de solicitare.

Observaţie: toate valorile tensiunilor din acest subcapitol sunt tensiuni limită.

De cele mai multe ori, efectul tensiunii medii produs asupra comportării la oboseală se pune în evidenţă trasând diagrame de tip Wöhler în coordonate σ_a-N, (σ_a fiind amplitudinea solicitării) pentru diferite valori ale solicitării medii σ_m, luate ca parametru. Din studiul acestor diagrame rezultă faptul că, tensiunile medii pozitive micşorează durata de viaţă a probelor în timp ce tensiunile medii negative o prelungesc.

In mod frecvent, în activitatea de proiectare se utilizează diagrame de tip Haigh, care stabilesc corelaţia dintre parametrii σ_a şi σ_m ai solicitării pentru care se obţine o durată de viaţă constantă. Acest tip de diagrame se pot obţine pe baza diagramelor de durabilitate σ_a-N_f, (N_f fiind numărul de cicluri până la rupere) determinate experimental pentru diferite valori σ_m luate ca parametru.

Un alt procedeu utilizat pentru punerea în evidenţă a efectului tensiunilor medii este descris în cele ce urmează. Se aleg diferite valori ale coeficientului de asimetrie R. Pentru fiecare dintre acestea se determină rezistenţa la oboseală la diferite valori date ale duratei de viaţă. Pe baza rezultatelor astfel obţinute se trasează o familie de curbe în coordonate σ_a-σ_m sau σ_{max}-σ_{min} considerând durata de viaţă ca parametru. Din examinarea acestor curbe se poate concluziona că, R are acelaşi efect asupra curbelor σ-N ca şi cel dat de tensiunea medie. Ca urmare, la o valoare constantă pentru coeficientul de asimetrie R al ciclului, curbele σ-N furnizează aceleaşi informaţii ca şi cele obţinute pentru σ_m=constant. Diagramele trasate pentru o durată de viaţă constantă pot fi prezentate fie în coordonate σ_a-σ_m fie în coordonate σ_{max}-σ_{min}. Cele două tipuri de diagrame sunt identice, dacă se rotesc cu 45^0, obţinându-se diagrama din *figura 3.20.*

Din aceste diagrame se poate obține, prin interpolare, durata de viață pornind, fie de la perechea de valori (σ_a, σ_m) fie de la perechea de valori (σ_{max}, σ_{min}). Se observă că, în cele două sisteme de coordonate, condiția R=const. reprezintă o dreaptă ce trece prin origine. Această dreaptă reprezintă locul geometric al ciclurilor asemenea dar având durată de viață diferită.

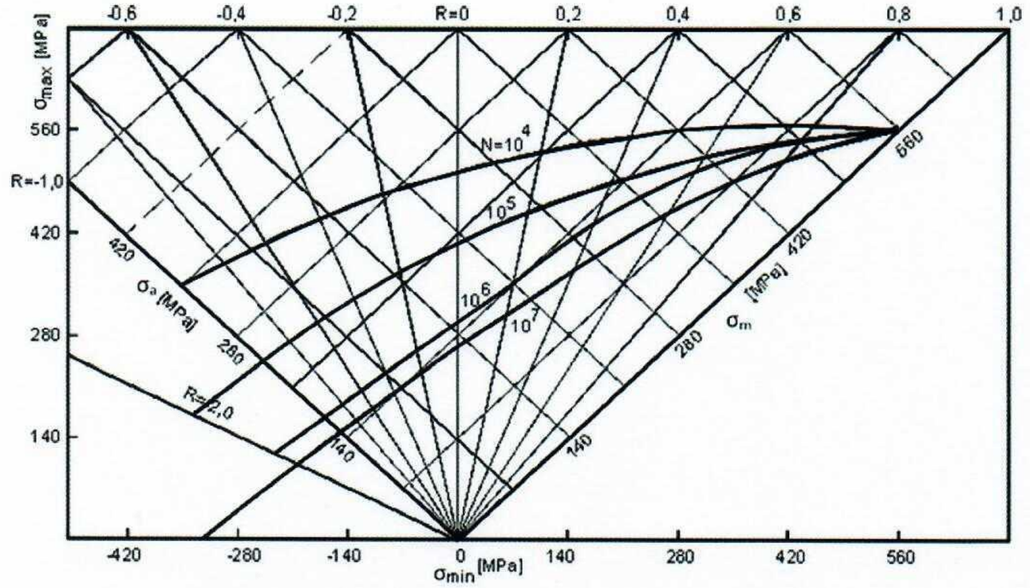


Fig. 3.20. Diagramele în coordonate σ_a-σ_m și σ_{max}-σ_{min}

O diagramă reprezentativă pentru epruvetele fără concentrator este diagrama de tip Haigh din *figura 3.21*. Ea se obține comparând două cicluri de oboseală ce conduc la aceeași durată de viață, unul având un coeficient de asimetrie R, celălalt fiind simetric (R=-1). Amplitudinile tensiunilor pentru cele două cicluri au fost notate cu σ_a (ciclul cu coeficient de asimetrie R) respectiv σ_{as} (ciclul simetric), iar solicitarea medie (tensiunea medie) a ciclului nesimetric cu σ_m.

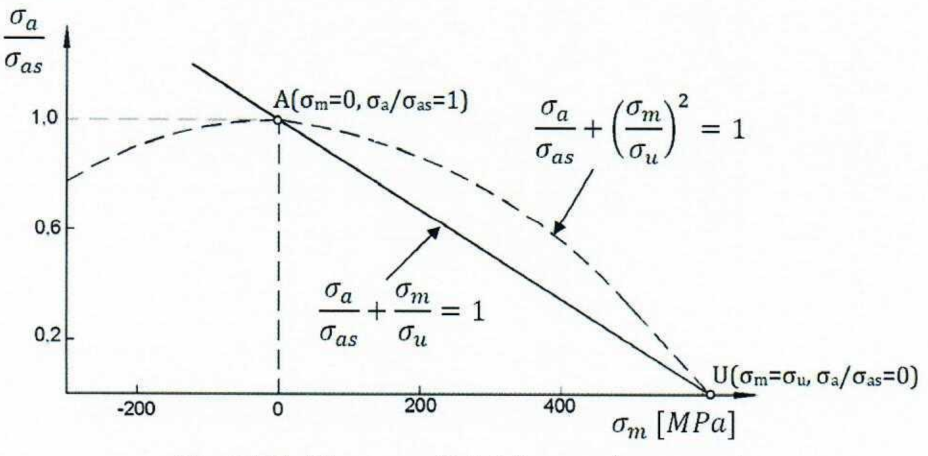


Fig. 3.21. Diagrama Haigh în coordonate σ_a/σ_{as}-σ_m

Indiferent de forma funcției $\sigma_a/\sigma_{as}=f(\sigma_m)$, graficul acesteia trece prin două puncte: A(σ_m=0, σ_a/σ_{as}=1) ce corespunde ciclului simetric și U($\sigma_m=\sigma_u$, σ_a/σ_{as}=0) ce corespunde ruperii statice. Graficul funcției amintite poate fi schematizat prin linia dreaptă AU de ecuație:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{as}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \qquad (3.29)$$

Această schematizare pare justificată pentru materiale ductile dar conduce la estimări eronate ale duratei de viaţă datorită gradului de supra-securitate pe care îl introduce. Pentru ciclurile ce au tensiunea medie negativă, linia AU poate fi continuată dar, de cele mai multe ori, se consideră că tensiunile medii negative nu aduc beneficii în calculul la oboseală şi, ca atare, linia AU se continuă de regulă cu o orizontală de ordonată 1.

Au fost propuse şi ecuaţii mai complicate decât dependenţele liniare date de *ecuaţia (3.29)*. Una dintre acestea este ecuaţia parabolică de tipul:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{as}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1 \qquad (3.30)$$

Reprezentarea liniară a diagramei ciclurilor limită a fost propusă de Goodman iar cea parabolică de Gerber.

Ecuaţiile cu ajutorul cărora sunt descrise diagramele de forma $\sigma_a=f(\sigma_m)$ sunt folosite pentru estimarea nivelului valorilor σ_a pentru toate curbele de durabilitate σ-N deci şi pentru cele care corespund unor valori ale tensiunii medii pentru care nu există date experimentale. De exemplu, dacă pentru o componentă a unei structuri este necesară determinarea duratei de viaţă ţinând seama de tensiunea medie, şi nu se cunoaşte decât curba de durabilitate σ-N determinată pentru ciclul simetric, atunci se rezolvă *ecuaţia (3.93)* în raport cu σ_{as} şi apoi se determină durata de viaţă din diagrama existentă. In acest fel, orice pereche de valori (σ_a, σ_m) conduce la aceeaşi durată de viaţă ca şi σ_{as} corespunzătoare acestora, determinată de ecuaţia respectivă. Efectul suprasolicitărilor de scurtă durată.

Uneori, în timpul funcţionării, în piese apar solicitări variabile de scurtă durată având amplitudinea tensiunii mai mare decât limita la oboseală a materialului. Efectul suprasolicitării asupra rezistenţei la oboseală a fost studiat experimental astfel: pentru o perioadă scurtă s-a încărcat o epruvetă cu o tensiune mai mare decât limita la oboseală. După descărcare epruveta a fost supusă la o solicitare ciclică având amplitudinea tensiunii egală cu limita la oboseală şi s-a determinat numărul de cicluri N_0' la care aceasta s-a rupt.

Suprasolicitările pentru care rezultă $N_0' \geq N_0$ în care N_0 este durabilitatea neconvenţională se numesc nepericuloase; acestea sunt prezentate grafic prin dreapta DB din *figura 3.22* în care linia frântă ABC reprezintă schematizarea curbei de durabilitate. Suprasolicitările pentru care rezultă $N_0' < N_0$ se numesc periculoase şi sunt reprezentate prin punctele cuprinse între dreptele DB şi AB. Punctele situate între dreptele DB şi EB corespund unor suprasolicitări favorabile, deoarece, aplicate pieselor conduc la creşterea limitei la oboseală.

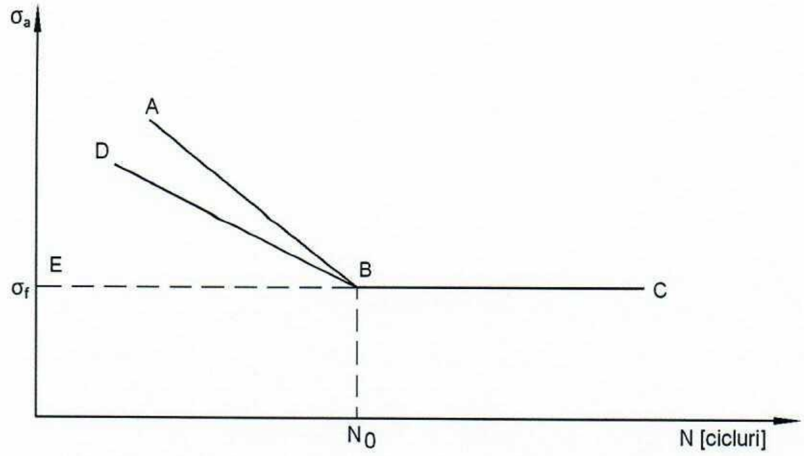


Fig. 3.22. Efectul suprasolicitării asupra rezistenţei la oboseală

Un efect similar este produs de fenomenul de antrenare. S-a observat că, creşterea progresivă în trepte infinitezimale a amplitudinii solicitării de la valori inferioare limitei de oboseală la valori mult superioare acesteia poate conduce la creşterea durabilităţii. Această operaţie necesită parcurgerea unui număr mare de cicluri de solicitare controlate cu precizie, de aceea metoda este greu de aplicat în mod practic. Ea serveşte însă ca bază teoretică pentru procedeele tehnologice de detensionare prin vibraţie a structurilor realizate prin sudare.

Bibliografie

CAPITOLUL 4. FACTORI CARE INFLUENȚEAZĂ REZISTENȚA LA OBOSEALĂ

Rezistența la oboseală este influențată de un număr mare de factori. Aceștia pot fi grupați în câteva categorii principale:
- Factori constructivi, care țin care țin de forma și dimensiunile pieselor;
- Factori tehnologici, în care intră structura materialului, tehnologia de fabricație, gradul de finisare a suprafețelor, tratamentele termice aplicate pieselor, etc.;
- Factori ce țin de condițiile de exploatare: tipul solicitării, condițiile de mediu, temperatura de lucru, condiții meteorologice extreme, etc.

4.1. Factorul de concentrare a tensiunilor la solicitări statice

Calculele de rezistență ale unei structuri sunt bazate, în primul rând, pe teoria elasticității. In cazul în care se depășește limita de curgere σ_y, apare deformarea plastică, și, ca urmare, trebuie utilizate teorii mai complexe ce trebuie să țină seama de apariția plasticității. Oboseala, ca și acțiunea factorilor de mediu cum ar fi coroziunea și tensiunea ce apare în jurul concentratorilor determinați de aceasta, sunt fenomene care apar la niveluri scăzute ale tensiunii, care, pentru solicitarea statică, reprezintă zona domeniului elastic. Comportamentul macroscopic, elastic, al materialului izotrop este caracterizat de trei constante elastice: modulul de elasticitate longitudinal sau modulul lui Young (E), modulul de elasticitate transversal sau de forfecare (G) și coeficientul lui Poisson (ν). Relația bine-cunoscută între aceste constante este: $E = 2G(1 + \nu)$.

Într-o structură, abaterile geometrice de la forma netedă a pieselor componente ca și trecerile cu variații de geometrie nu pot fi evitate. Toate aceste variații geometrice poartă numele de **concentratori de tensiune**. Acești concentratori cauzează o distribuție neomogenă a stării de tensiuni, *figura 4.1*, cu valoarea mai mare a tensiunii la trecerea de la zona fără concentrator la zona cu concentrator. Coeficientul teoretic de concentrare a

tensiunilor, K_t, (**pentru solicitarea statică**) este definit ca raportul dintre tensiunea de la baza concentratorului şi tensiunea nominală care ar fi fost prezentă în acelaşi punct dacă nu ar fi fost prezent concentratorul de tensiune:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nominal}} \quad (4.1)$$

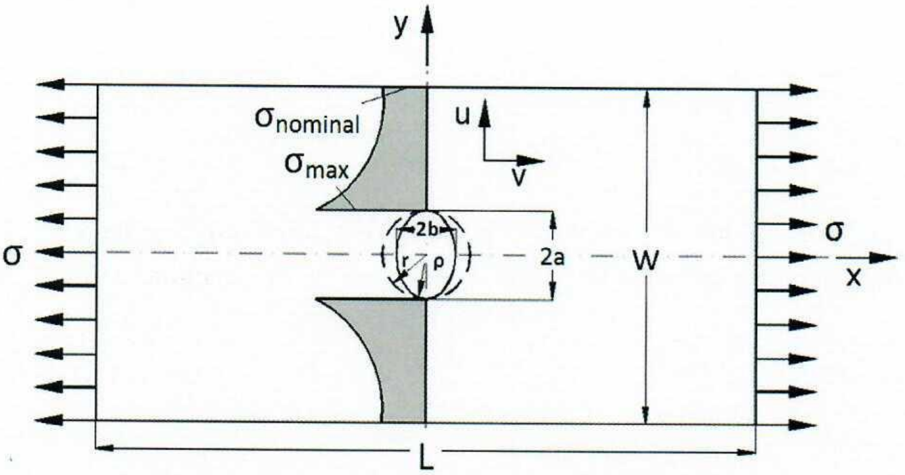


Fig. 4.1. Placă cu concentrator eliptic (circular) străpuns, solicitată la tracţiune monoaxială

Pentru tensiunea de la trecerea dintre zona cu concentrator şi zona fără concentrator, tensiunea maximă este dată de relaţia:

$$\sigma_{max} = \sigma\left(1 + 2\frac{a}{b}\right) = \sigma\left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}\right) \quad (4.2)$$

în care σ reprezintă tensiunea într-o secţiune similară cu cea în care există concentratorul, dar mai depărtată de acesta, (σ poate fi egală şi cu $\sigma_{nominal}$), a şi b sunt dimensiunile semiaxelor elipselor iar ρ reprezintă raza la vârful elipsei, $\rho = \frac{b^2}{a}$. Dacă $\sigma=\sigma_{nominal}$, din *relaţia 4.2* se deduce că valoarea coeficientului de concentrare a tensiunilor, pentru un concentrator eliptic, este dată de relaţia:

$$K_t = \left(1 + 2\frac{a}{b}\right) = \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}\right) \quad (4.3)$$

Dacă semiaxele elipsei devin egale, a=b=r, şi, ca urmare, concentratorul devine circular, va rezulta K_t=3. Aşadar, valoarea tensiunii în imediata vecinătate a unui concentrator circular va fi de trei ori mai mare decât valoarea tensiunii într-o secţiune similară dar fără concentrator. Din relaţia 4.3. se constată următoarele:

- dacă a<<b, Kt⟶1, ce reprezintă **cazul fără concentrator** întrucât **a** rămâne tot timpul, prin definiţie, axa mare a elipsei;
- dacă b⟶0 avem cazul unei **fisuri transversale** şi se deduce că $\sigma_{max} \to \infty$, ceea ce nu poate fi adevărat în cazul real. In acest caz, tensiunea de la vârful unui astfel de

concentrator (de tip fisură) trebuie determinată pe baza elementelor furnizate de Mecanica ruperii.

Coeficientul teoretic de concentrare a tensiunilor depinde numai de tipul solicitării şi de geometria piesei, nedepinzând de natura materialului. Având în vedere aceste considerente, proiectanții ar trebui să limiteze acțiunea concentratorilor de tensiune, mai ales în cazul solicitării la oboseală.

4.2. Definiția K_t în domeniul elastic

Mai jos se vor da câteva exemple de calcul analitic al coeficienților de concentrare a tensiunilor, **în domeniul elastic**, pentru câteva situații concrete.

Pentru cazurile mai complexe, când calculul analitic devine prea laborios, se poate recurge la alte metode de determinare:

- metoda elementelor finite;
- prin determinări experimentale: măsurători cu mărci tensometrice sau cu ajutorul fotoelasticimetriei.

Soluțiile analitice pentru calculul coeficientului teoretic de concentrare a tensiunilor, bazate pe teoria elasticității se bazează pe determinarea funcțiilor de deplasare u(x,y) şi v(x,y). Dacă se pot obține aceste funcții, pe baza lor se determină deformațiile specifice iar prin intermediul legii lui Hooke se determină şi tensiunile. O parte din găsirea respectivei soluții o reprezintă determinarea deformațiilor specifice $\varepsilon_x(x,y)$, $\varepsilon_y(x,y)$ şi $\gamma_{xy}(x,y)$, care trebuie să satisfacă ecuația de compatibilitate. În plus, trebuie satisfăcute ecuațiile de echilibru între tensiunile σ_x, σ_y şi σ_z, luându-se în considerare şi legătura existentă între constantele elastice ale materialului. Ecuațiile obținute sunt rescrise prin introducerea funcției de tensiuni Φ dată de Airy, ceea ce conduce la o ecuație biarmonică. Soluția ecuației astfel determinate conține necunoscute ce trebuie determinate prin impunerea condițiilor la limită.

Pentru concentratorul din *figura 4.1* aceste condiții la limită sunt:

a) pentru $x=\pm L/2 \rightarrow \sigma_x = \sigma$, $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 0$;
b) pentru $y=\pm w/2 \rightarrow \sigma_x = 0$, $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 0$;
c) pentru $y=\pm r \rightarrow \sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 0$.

Este evident că tensiunea cea mai mare se înregistrează în imediata vecinătate a concentratorului. Pe măsură ce ne depărtăm de acesta, tensiunea scade după o anumită lege de variație, *figura 4.2*. De această variație se ține seama atunci când se ia în considerare efectul dimensiunii pieselor cu concentrator asupra limitei la oboseală. Pentru un concentrator eliptic străpuns într-o placă infinită solicitată monoaxial, soluția exactă pentru tensiunea $(\sigma_x)_{x=0}$, luată de-a lungul axei y, este dată de relația:

$$(\sigma_x)_{x=0} = \sigma\left(1 + \frac{a(a-2b)(y-\sqrt{y^2-c^2}(y^2-c^2) + ab^2(a-b)y}{(a-b)^2(y^2-c^2)\sqrt{y^2-c^2}}\right) \quad (4.4)$$

unde $c^2=a^2-b^2$.

Pentru y = a, ecuaţia se reduce la ecuaţia (4.2). La distanţă relativ mare de concentrator, respectiv pentru valori mari ale lui y, va rezulta $(\sigma_x)_{x=0} = \sigma$.

Pentru un concentrator circular de rază r, se poate scrie relaţia:

$$(\sigma_x)_{x=0} = \sigma\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{r}{y}\right)^2+\frac{3}{2}\left(\frac{r}{y}\right)^4\right) \tag{4.5}$$

Din relaţia (4.5) se constată că, pentru y=r, tensiunea în imediata vecinătate a găurii (concentratorului circular) este: $(\sigma_x)_{x=0,\ y=r} = 3\sigma$.

Distribuţiile tensiunii $(\sigma_x)_{x=0}$, pentru un concentrator eliptic cu a/b=3, respectiv K_t = 7 şi pentru un concentrator circular de rază r=a=b, sunt prezentate în *figura 4.2*. Tensiunea la vârful concentratorului eliptic este mai mare dar scade mai puternic pe direcţia axei y, pe măsură ce ne depărtăm de concentrator.

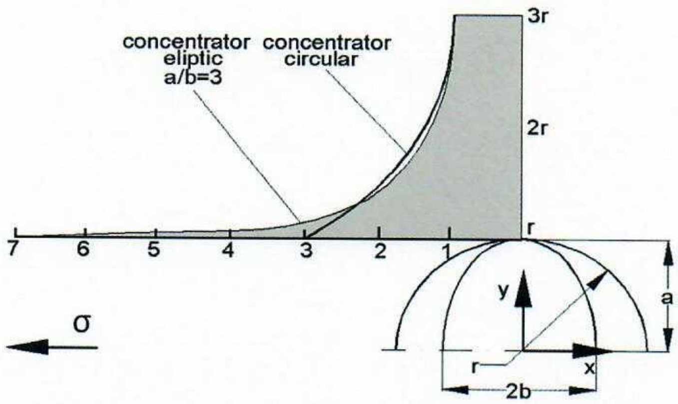


Fig. 4.2. Distribuţia tensiunii σ_x, pe axa y, în dreptul unui concentrator eliptic şi a unui concentrator circular

4.3. Efectul geometriei concentratorului asupra coeficientului de concentrare a tensiunilor K_t

Pentru placa plană din *figura 4.1*, din punct de vedere al geometriei acesteia îi sunt caracteristice trei dimensiuni: lăţimea W, lungimea L şi diametrul găurii 2r. Mărimea K_t este adimensională şi, ca urmare, nu trebuie să depindă de valoarea dimensiunilor ci doar de raportul acestora. Presupunem că avem aceeaşi piesă din *figura 4.1* dar cu dimensiunile de două ori mai mari, respectiv 2W, 2L şi 2r, *figura 4.3*.

Dacă s-ar trasa câte o curbă caracteristică tensiune-deformaţie pentru fiecare din cele două probe, acestea ar trebui să fie identice. Ca urmare, în cele două probe ar trebui să avem o aceeaşi distribuţie a tensiunilor în cele două piese. La nivelul concentratorului de tensiune vom găsi, într-adevăr, aceeaşi tensiune, σ_{max}, şi, ca urmare, valoarea coeficientului de concentrare a tensiunilor, K_t va fi aceeaşi. Cu toate acestea, variaţia tensiunilor plecând de la concentrator nu este aceeaşi, această variaţie nefiind adimensională.

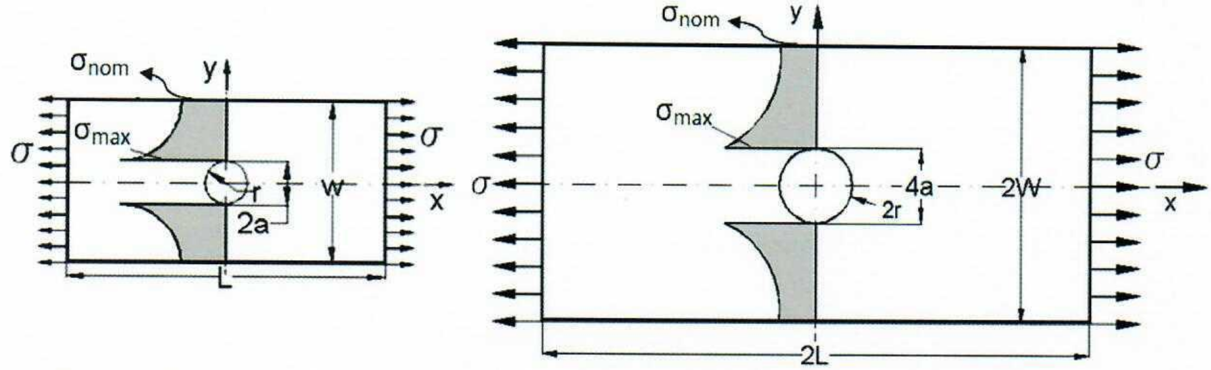


Fig. 4.3. Plăci cu aceeaşi geometrie, dimensiuni diferite, acelaşi K_t şi variaţii diferite ale tensiunii

Pentru probele cu volume mai mari şi concentrator de dimensiune mai mare, avem o zonă mai mare de material supus la tensiuni ridicate, ceea ce, pentru fenomenul de oboseală, este determinant.

Graficele pentru determinarea valorii pentru K_t în funcţie de forma şi dimensiunile geometrice ale concentratorului sunt asemănătoare cu cele prezentate în *figurile 4.4, 4.5* şi *4.6*. Mai multe grafice pentru diferite forme şi diferite tipuri de încărcare pot fi găsite în [1,2,3].

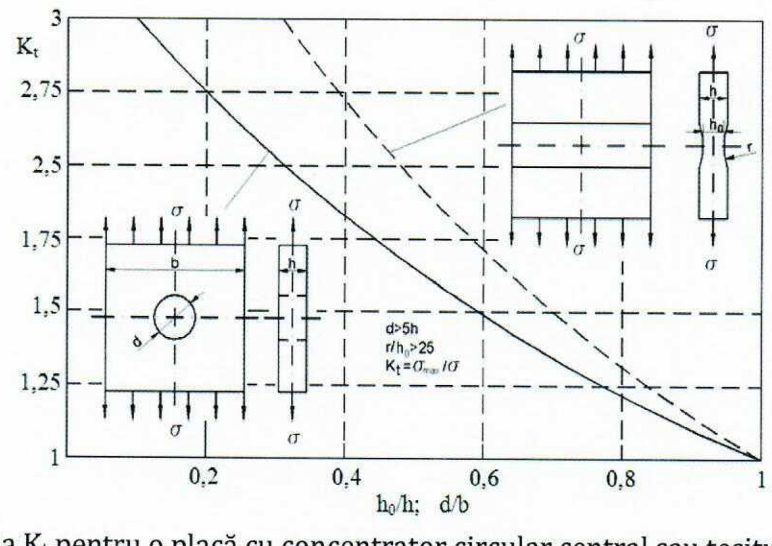


Fig. 4.4. Variaţia K_t pentru o placă cu concentrator circular central sau teşitură transversală supusă la tracţiune monoaxială

Din *figurile 4.4* şi *4.5* se constată că, atunci când raza de curbură a concentratorului creşte, valorile pentru K_t devin din ce în ce mai mici, mai mari fiind pentru concentratorul circular central în raport cu concentratorul circular lateral. Din *figura 4.6* se constată că, o rază de racordare mai mare între cele două secţiuni de mărime diferită conduce la micşorarea valorilor pentru K_t. Tot o reducere a acestor valori se produce şi atunci când diferenţa dintre dimensiunile cele două secţiuni scade. Tot din această figură se constată că valoarea concentratorului de tensiune poate fi scăzută de la 3 la 1,26 dacă dimensiunile secţiunilor transversale sunt apropiate şi dacă raza de racordare între acestea este mare.

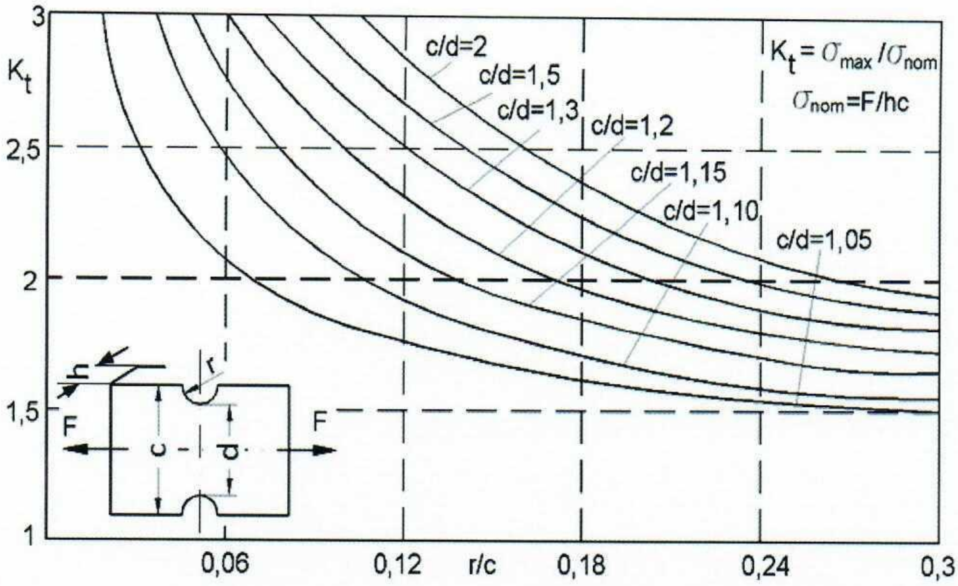


Fig. 4.5. Variaţia K_t pentru o placă cu concentrator semicircular lateral supusă la tracţiune monoaxială; h-grosimea plăcii

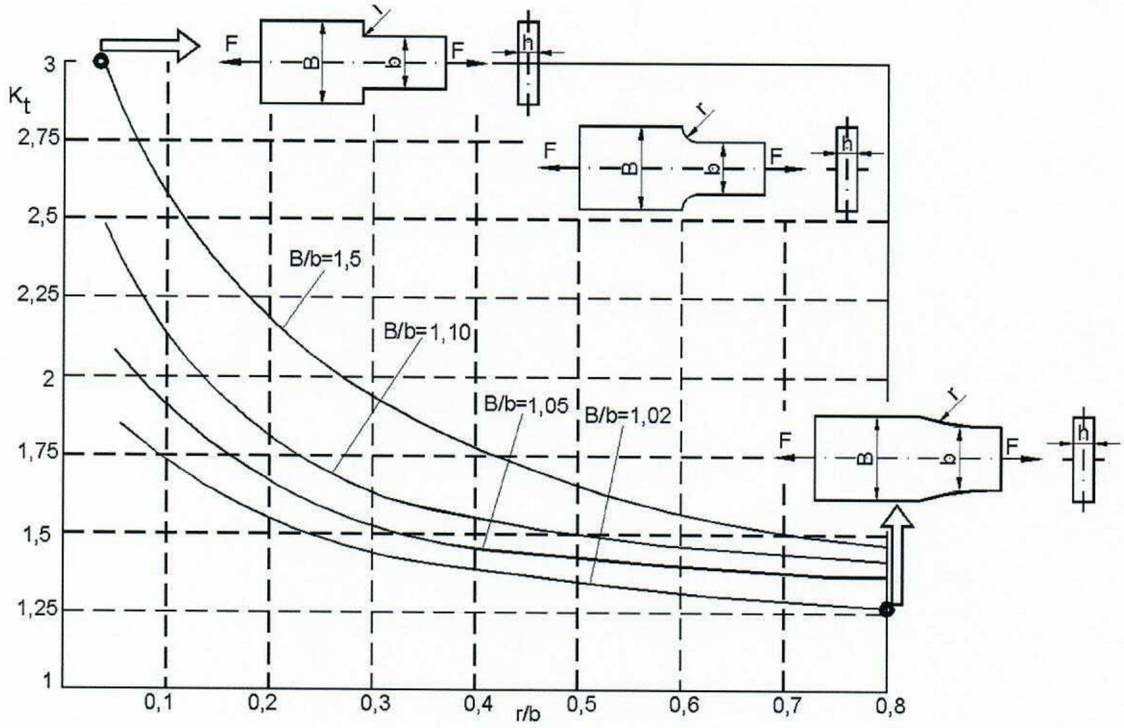


Fig. 4.6. Variaţia K_t pentru o placă cu variaţie a secţiunii transversale supusă la tracţiune monoaxială

In *figura 4.7* sunt prezentate trei forme geometrice diferite, având concentratori de aceeaşi dimensiune. Se constată că valoarea cea mai mare a factorului de concentrare a tensiunilor, K_t, se înregistrează pentru crestătura laterală, *figura 4.7a*. In dreapta se pot vedea direcţiile tensiunilor principale care sunt deviate în imediata vecinătate a concentratorului Se observă că liniile de tensiune sunt puternic distorsionate în dreptul crestăturii, de aici şi valoarea mai mare pentru factorul de concentrare a tensiunii.

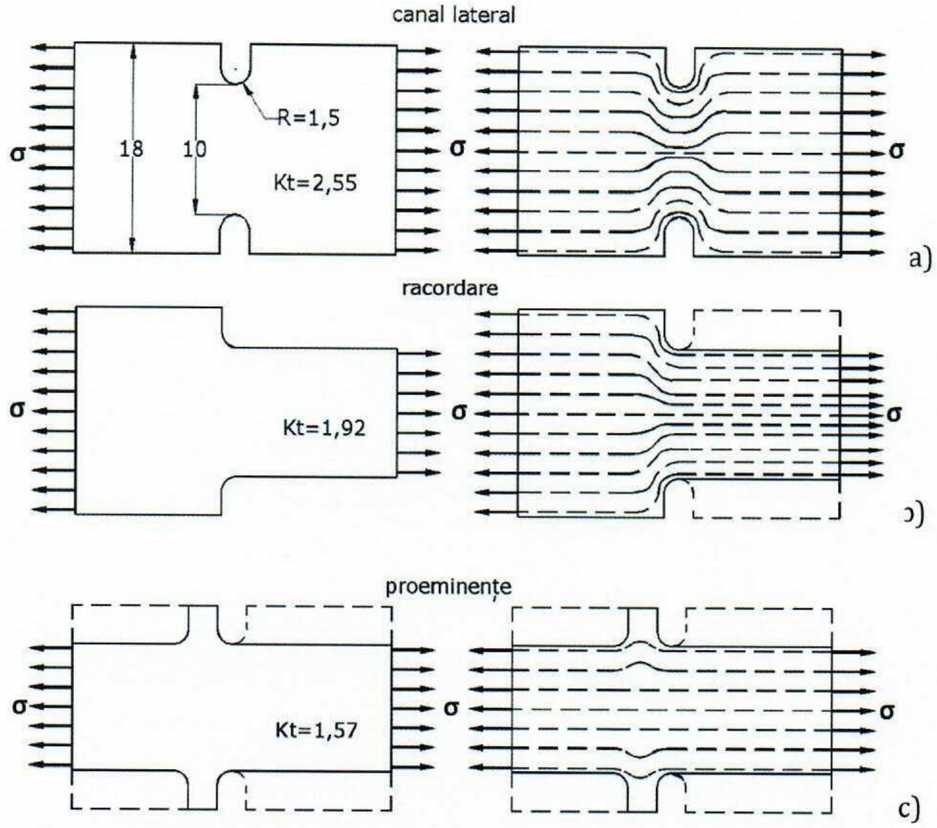


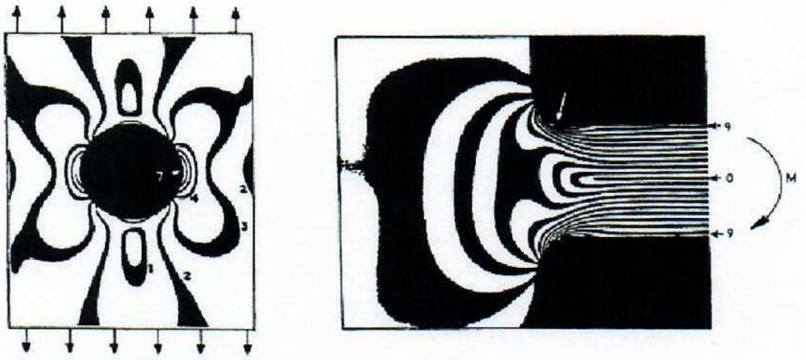
Fig. 4.7. Trei geometrii diferite, având concentratori cu aceeași rază

Racordarea între secțiunile de dimensiuni diferite din *figura 4.7a* se poate realiza prin îndepărtarea de material, *figura 4.7b*. In aceste condiții valoarea pentru K_t se reduce cu 25%. Geometria cu rază de racordare induce mai puține distorsiuni decât cea cu canal lateral. Este de așteptat ca traiectoriile tensiunilor principale să fie mai puțin distorsionate în cazul concentratorului de tip rază de racordare. In *figura 4.7c* concentratorul este format prin îndepărtarea de material din ambele părți, stânga și dreapta. In aceste condiții, devierea direcțiilor tensiunilor principale este mai mică decât în celelalte două cazuri, și, ca urmare, și valoarea coeficientului de concentrare a tensiunilor K_t este mai mică. Din *figura 4.7* se constată că cea mai mare valoare a coeficientului de concentrare a tensiunilor K_t este dat de concentratorul lateral, de tip penetrare, care se poate obține și accidental: urme de lovituri, pittinguri, urme de la coroziune sau chiar imprimarea unor coduri de producător.

4.4. Metode pentru determinarea coeficientului de concentrare a tensiunilor

Ar fi de preferat ca determinarea concentratorului de tensiune să se facă pe cale analitică. Având în vedere complexitatea stării de tensiune cât și dificultățile geometrice din vecinătatea concentratorului de tensiune, de cele mai multe ori calcul analitic în acest caz devine prea complicat pentru a fi dus la bun sfârșit. Tehnicile pentru determinarea K_t au fost, pentru început, cele experimentale. In *figura 4.8* se prezintă două exemple de determinare a coeficientului de concentrare a tensiunilor K_t prin fotoelasticimetrie. Câmpul de izotensiuni se

află la interferenţa zonelor negre cu cele albe, numite franje. Pentru bara orizontală din *figura 4.8b*, supusă la încovoiere, paralelismul franjelor luminoase indică o aceeaşi distribuţie a tensiunilor. Se constată că un vârf al tensiunii se stabileşte la trecerea de la o secţiune la alta. Avantajul metodei constă în faptul că se poate obţine câmpul tensiunilor de pe întreaga suprafaţă. Dezavantajul îl constituie acurateţea metodei.



a) concentrator circular – tracţiune b) rază de racordare - încovoiere

Fig. 4.8. determinarea K_t prin fotoelasticimetrie

O altă metodă în vederea determinării coeficientului de concentrare a tensiunilor îl reprezintă tehnica utilizării traductoarelor tensometrice, *figura 4.9*. În acest caz, deformaţiile din punctul central al traductorului se măsoară cu o bună acurateţe. Totuşi, datorită gradientului mare al tensiunilor din imediata vecinătate a concentratorului de tensiune, trebuie utilizat un traductor electrotensometric cu dimensiunile grilei foarte mici, L,l<1mm. Din păcate, nu se poate măsura cu ajutorul acestei metode, deformaţia, şi în acest fel să se determine tensiunea, la marginea concentratorului, acolo unde, de altfel, avem un maxim în ceea ce priveşte deformaţia şi, ca urmare, tensiunea. In general, această metodă se poate utiliza pentru determinarea deformaţiilor în cazul structurilor sau a componentelor cu geometrie complexă. Aşa cum se poate constata din *figura 4.9* se recomandă ca în vecinătatea concentratorului să se utilizeze un lanţ de traductori electrotensometrici.

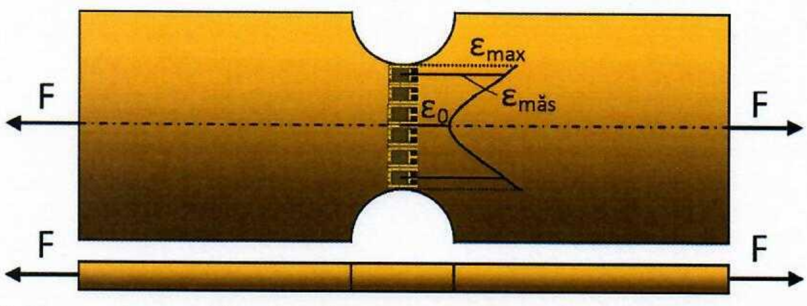


Fig. 4.9. Determinarea K_t prin tehnica utilizării traductoarelor tensometrice

In afară de datele privind similitudinea concentratorilor (în special cea a razelor), pentru estimarea valorilor K_t se poate utiliza şi metoda interpolării rezultatelor între diferite geometrii pentru care există valori disponibile. Această estimare se poate face, întrucât există

date disponibile în acest sens în literatura de specialitate. Se pot utiliza date determinate prin diferite metode. Având în vedere acest lucru acurateţea acestei metode este limitată.

Metoda cel mai des utilizată actualmente este cea bazată pe analiza cu elemente finite, AEF. O ilustrare a modelului utilizat în acest sens este prezentată în *figura 4.10*. Geometria modelului trebuie să conţină un număr suficient de mare de elemente interconectate. In zona concentratorului de tensiune trebuie asigurată o densitate mai mare a elementelor utilizate.

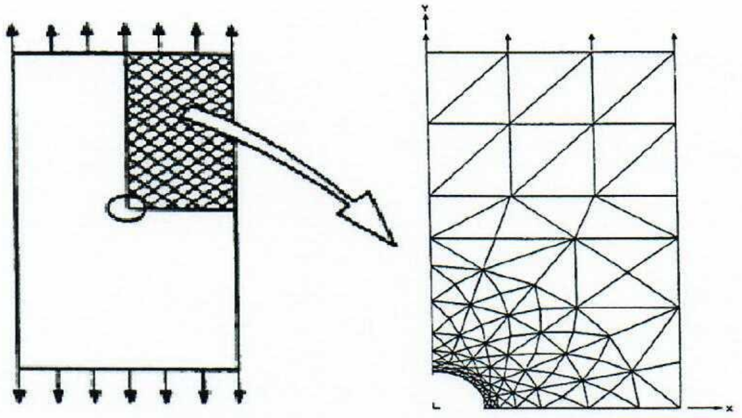


Fig. 4.10. Modelul utilizat în analiza cu elemente finite

Pentru forme complexe ale structurilor sau componentelor, metodele de calcul analitic şi estimările devin impracticabile. Acest lucru este valabil pentru componentele cu geometrie 3D ce conţine multe elemente dar şi pentru componentele 2D cu o geometrie complexă, simetrie limitată şi fără elemente comparabile simple. În cazul în care, pentru determinarea K_t, nu sunt disponibile tehnici experimentale, trebuie aplicate tehnici de analiză cu elemente finite pentru care s-au dezvoltat mai multe programe specializate. Soluţiile obţinute nu sunt exacte, deoarece materialul continuum este înlocuit de un material multi-element. Cu toate acestea, pe baza acestei metode se pot obţine rezultate destul de satisfăcătoare. Analiza cu elemente finite necesită o anumită experienţă a utilizatorului şi, de asemenea, trebuie făcută o analiză critică a rezultatelor obţinute. O atenţie deosebită trebuie acordată modelării, aplicării sarcinilor, condiţiilor la limită impuse şi, eventual, condiţiilor ce derivă din simetria geometrică şi de solicitare. De asemenea, trebuie utilizat programul pe calculator cel mai adecvat problemei propuse spre a fi rezolvate. Programul respectiv trebuie verificat mai întâi pe modele simple pentru care sunt disponibile rezultate furnizate pe alte metode. Criteriile ce trebuie avute în vedere pentru o comparaţie între calculele AEF şi tehnicile experimentale sunt: precizia şi raportul cost - eficienţă. În cazul în care se utilizează programe de analiză cu elemente finite care furnizează rezultate verificate şi, de asemenea, operatorul acestora are destulă experienţă, criteriile menţionate sunt în favoarea utilizării metodei AEF. Pe de altă parte, această metodă furnizează imagini destul de elocvente privind distribuţia tensiunilor din imediata vecinătate a concentratorului de tensiune. Desigur, aceasta necesită un program de calculator şi un computer adecvat pentru probleme complexe 3D. Pentru validarea rezultatelor furnizate de programele de AEF, este bine să se utilizeze tehnici complementare cum ar fi determinarea deformaţiilor pe baza tensometriei electrice rezistive. Aceste determinări se pot face în jurul unui punct determinat de intersecţia elementelor finite.

4.5. Efectul concentrării tensiunilor la solicitări de oboseală

Similitudinea şi efectul de concentrator

Prezenţa concentratorilor de tensiune reduce rezistenţa structurilor, atât în regim static cât şi în regim dinamic de solicitare. Pentru solicitarea statică, efectul de concentrare a tensiunilor elastice este luat în calcul cu ajutorul coeficientului de concentrare K_t definit de relaţia $K_t=\sigma_{max}/\sigma_n$ ca fiind raportul dintre valoarea maximă a tensiunii ce se înregistrează în imediata vecinătate a concentratorului şi tensiunea nominală din secţiunea respectivă, obţinute cu relaţiile de calcul obişnuite din rezistenţa materialelor. Acest coeficient depinde de geometria concentratorului, de modul de solicitare şi de felul în care a fost definită tensiunea nominală; el nu depinde de material şi nici de valorile sarcinilor aplicate. Utilizarea coeficientului de concentrare statică nu este permisă dacă în zonă apar **deformaţii plastice locale**.

Este evident că prezenţa unui concentrator de tensiune va reduce rezistenţa la oboseală a unei piese. Pe de altă parte, se cunoaşte că, epruvetele similare, din acelaşi material, cu acelaşi K_t, cu dimensiuni şi raze de curbură ale concentratorului exterior mai mari, au limita la oboseală mai mică. Din acest punct de vedere se remarcă efectul mărimii concentratorului asupra rezistenţei la oboseală. Pentru a înţelege şi a prezice efectul formei concentratorului şi efectul dimensiunii acestuia asupra limitei la oboseală, trebuie reamintită definiţia limitei la oboseală. Aceasta reprezintă cea mai mică amplitudine a tensiunii, pentru care epruveta confecţionată din materialul studiat nu se rupe pentru un număr N_0 specificat de cicluri de solicitare. Pentru un număr de cicluri de solicitare $N> N_0$ pentru care epruveta se rupe sau pentru o tensiune de solicitare mai mare decât limita la oboseală pentru care, din nou, epruveta se rupe, din material se va amorsa o fisură ce se va propaga până la rupere. In imediata vecinătate a fisurii propagate, pentru majoritatea materialelor metalice, se introduc deformaţii plastice semnificative.

O metodă utilizată pentru punerea în evidenţă a efectului concentrării tensiunilor asupra rezistenţei la oboseală este următoarea: se trasează curba de durabilitate σ_a - N pentru o epruvetă fără concentrator. Se împart ordonatele curbei la coeficientul de concentrare K_t obţinând astfel o curbă teoretică de durabilitate σ_{ak}-N pentru epruveta cu concentrator, solicitată în aceleaşi condiţii ca şi epruveta netedă. Repetând operaţiunea pentru mai multe valori ale lui K_t se constată că, pe măsură ce valoarea coeficientului K_t creşte, curba teoretică de durabilitate coboară. Dacă pentru o valoare dată a coeficientului K_t se determină pe cale experimentală curba de durabilitate σ_{ak}-N, se constată că aceasta este situată între curba teoretică şi curba obţinută pentru epruveta netedă. Rezultă că, un concentrator de tensiune reduce rezistenţa la oboseală într-o măsură mai mică decât estimarea făcută pe baza utilizării coeficientului teoretic de concentrare statică, K_t. Ca urmare, utilizarea acestui parametru în calculul de oboseală conduce la erori inacceptabile.

In *figura 4.11* se prezintă curbele la oboseală prin încovoiere rotativă, pentru un aliaj din aluminiu pentru care dimensiunea probei fără concentrator (K_t=1) este egală cu dimensiunea minimă a piesei cu concentrator, d.

Curba Kt=1 este trasată pentru încercarea la oboseală a unei probe fără concentrator. Curba Kf=2,2 este trasată pentru încercarea la oboseală a unei probe cu concentrator (în aceleași condiții cu cea anterioară) pentru care K_f a rezultat ca fiind:

$$K_f = \frac{\sigma_{lim-\boldsymbol{fara}\ Conc.}}{\sigma_{lim-\boldsymbol{cu}\ Conc.}}$$

Curba K_t=3,1 este rezultată prin împărțirea ordonatelor obținute pentru curba K_t=1 la valoarea concentratorului reprezentat de canalul exterior, respectiv K_t=3,1.

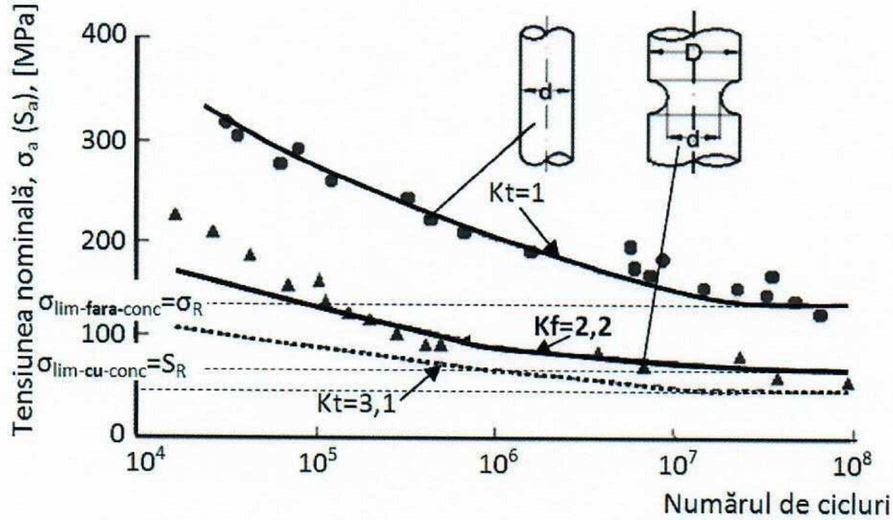


Fig. 4.11. Influența efectului de concentrare a tensiunilor

Se constată că, reducerea rezistenței la oboseală în cazul probei cu concentrator **nu are loc proporțional cu coeficientul de concentrare a tensiunilor pentru solicitarea statică, K_t**. Rezistența la oboseală a piesei cu concentrator este mai mare decât cea care s-ar obține din raportarea rezistenței la oboseală a piesei fără concentrator la K_t.

In cazul solicitărilor la oboseală, efectul de concentrare a tensiunilor nu se ia în considerare prin K_t ci prin **K_f numit coeficient efectiv de concentrare a tensiunilor la oboseală.**

In domeniul durabilităților mari, diminuarea rezistenței la oboseală datorată efectului de concentrare a tensiunilor poate fi evaluată cu ajutorul factorului de reducere a rezistenței la oboseală K_f; pentru acest parametru se mai utilizează în literatura de specialitate și denumirea de factor de oboseală al concentratorului sau **coeficient efectiv de concentrare la oboseală**. Pentru o durabilitate dată, acest factor se definește ca fiind:

$$K_f = \frac{\sigma_R}{S_R} \tag{4.6}$$

în care **σ_R** reprezintă limita la oboseală pentru o epruvetă **fără concentrator** iar **S_R** reprezintă limita la oboseală pentru o epruvetă **cu concentrator**. De regulă, factorul K_f se definește și se determină pentru ciclul simetric. Se observă că structura relațiilor cu care au fost definiți

coeficienții de concentrare K_f și K_t este aceeași din punct de vedere simbolic. Diferența constă în faptul că, în timp ce coeficientul K_t este definit ca **raportul a două tensiuni**, factorul K_f reprezintă **raportul a două rezistențe la oboseală**, determinate pentru aceeași durată de viață.

Dacă raza de racordare de la vârful concentratorului este mare, valorile factorului K_f se apropie mult de cele ale coeficientului K_t. La valori mici ale razei de racordare avem $K_f << K_t$. O cauză posibilă a acestui comportament poate fi curgerea inversă ce se produce la rădăcina concentratorului în timpul fiecărei încărcări ciclice; deformațiile plastice care apar astfel, conduc la o valoare reală a amplitudinii tensiunii locale maxime mai mică decât ($K_t \cdot \sigma_a$), valoare dedusă presupunând o comportare elastică a materialului. Aceste efecte apar la majoritatea metalelor de uz ingineresc, dacă tensiunile aplicate au valori ridicate adică în cazul duratelor de viață scurte. La metalele foarte ductile aceste efecte pot apărea și la durate mici de viață. Totuși, la majoritatea materialelor curgerile sunt mici sau lipsesc chiar și la durabilități de 10^6 sau 10^7 cicluri. O altă cauză ar putea fi aceea că materialul este mai puțin sensibil la vârfurile de tensiune decât la tensiunile care acționează în zone cu dimensiuni mici dar finite. De aici rezultă necesitatea ca studiul procesului de deteriorare produs prin oboseală să se facă luând în considerare un volum finit de material. Ca urmare, tensiunea ce determină inițierea deteriorării prin oboseală este tensiunea cea mai mare; ea are o valoare mai coborâtă și se produce la o anumită distanță de punctul cel mai solicitat.

Pentru a caracteriza intensitatea efectului de concentrare produs de un concentrator de tensiune, se folosește uneori **coeficientul de sensibilitate la oboseală a concentratorului**, definit cu relația:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \tag{4.7}$$

Dacă $K_f = K_t$, coeficientul de sensibilitate la oboseală al concentratorului are valoarea q=1 iar concentratorul are efectul maxim posibil. Valoarea coeficientului q scade atunci când $K_f < K_t$. Pentru $K_f = 1$, se obține valoarea minimă q=0, caz în care concentratorul nu are efect. S-a stabilit că valoarea coeficientului de sensibilitate q depinde de material și că, pentru un material dat, acesta crește odată cu raza de racordare a concentratorului. La unele materiale, cum sunt oțelurile, q crește de asemenea cu rezistența statică σ_u. Experimental se constată că pentru materialele fragile solicitate la oboseală, efectul de concentrare a tensiunilor este mult mai sever decât la materialele ductile de mică rezistență. Valoarea coeficientului de sensibilitate la oboseală poate fi estimată cu relația:

$$q = \frac{1}{1 + \alpha\rho} \tag{4.8}$$

în care α este o constantă de material având dimensiunea unei lungimi iar ρ este raza de racordare a concentratorului. Pentru oțeluri având rezistența la rupere statică $\sigma_u > 550$ MPa, constanta α poate fi determinată cu relația:

$$\alpha = 6\left(\frac{100}{\sigma_u}\right)^{1,8} \tag{4.9}$$

O altă relație empirică utilizată pentru calculul coeficientului de sensibilitate la oboseală este:

$$q = \frac{1}{1+\sqrt{\frac{\beta}{\rho}}} \tag{4.10}$$

Această relație reprezintă o formă simplificată a relației lui Neuber. Pentru oțelurile cu $\sigma_u \leq 1500$ MPa, constanta de material β se poate calcula cu relația:

$$\beta = \frac{1{,}7}{10^{\frac{\sigma_u}{586}}} \tag{4.11}$$

Relațiile (4.9) și (4.11) sunt aproximative, iar relația (4.10) reflectă tendința observată la datele experimentale obținute pentru piesele solicitate la oboseală prin cicluri simetrice. Factorul de concentrare la oboseală K_f este un parametru empiric; el depinde de material, de forma și dimensiunile concentratorului precum și de modul de solicitare.

Întrucât coeficientul K_f se determină experimental pentru ciclurile simetrice, utilizarea lui la ciclurile având tensiunea medie nenulă presupune introducerea unor condiții. Dacă se presupune că tensiunea maximă locală, produsă în zona concentratorului la vârf de sarcină, este mai mică decât limita de curgere a materialului, atunci amplitudinea tensiunii, σ_a, și tensiunea medie σ_m, din punctul cel mai solicitat al concentratorului se pot scrie sub forma:

$$\begin{aligned} \sigma_a &= K_t \sigma_{as} \\ \sigma_m &= K_f \sigma_{ms} \end{aligned} \tag{4.12}$$

în care σ_{as} și σ_{ms} reprezintă amplitudinea tensiunii, și tensiunea medie pentru ciclurile simetrice.

Efectul tensiunii medii poate fi estimat utilizând o relație de forma ecuației (3.23), exprimată în funcție de tensiuni, respectiv:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{as}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \tag{4.13}$$

în care σ_a și σ_m corespund ciclului cu coeficient de asimetrie R iar σ_{as} corespunde unui ciclu simetric. Înlocuind relațiile (4.12) în relația (4.13) se obține amplitudinea tensiunii locale maxime, echivalentă ciclului simetric:

$$\sigma_{as} = \frac{K_t \sigma_a}{1 - \frac{K_f \sigma_m}{\sigma_u}} \tag{4.14}$$

Luând în considerație efectul de sensibilitate al concentratorului, se poate înlocui K_t prin K_f, astfel încât se obține:

$$\sigma_{as} = \frac{\sigma_a}{\frac{1}{K_f} - \frac{\sigma_m}{R_m}} \tag{4.15}$$

Această relație este prezentată grafic în figura 3.14, atât pentru cazul particular $K_f=1$ (concentrator inexistent sau ineficient) cât și pentru cazul general, ținând seama că $S_{as}=\sigma_{as}/K_f$.

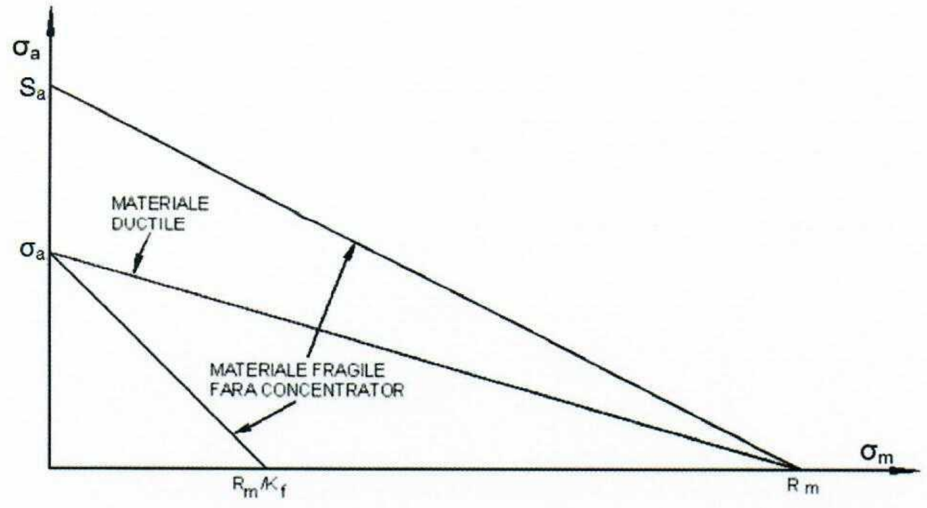


Fig. 4.6. Reprezentarea grafică a relaţiei 4.15

Diagramele obţinute pot fi folosite la calculul pieselor confecţionate din materiale fragile. Pentru materialele ductile, prezenţa factorului K_f la numitorul relaţiei (4.14) nu este justificată întrucât, din cauza deformaţiilor plastice mari care se produc înainte de rupere, atât la epruvetele cu concentrator cât şi la cele fără concentrator se obţine aceeaşi valoare a rezistenţei de rupere statică R_m. Ca urmare, la aceste materiale diagrama funcţiei $\sigma_{as}=f(\sigma_a, \sigma_m)$ este cea prezentată în figura 4.6.

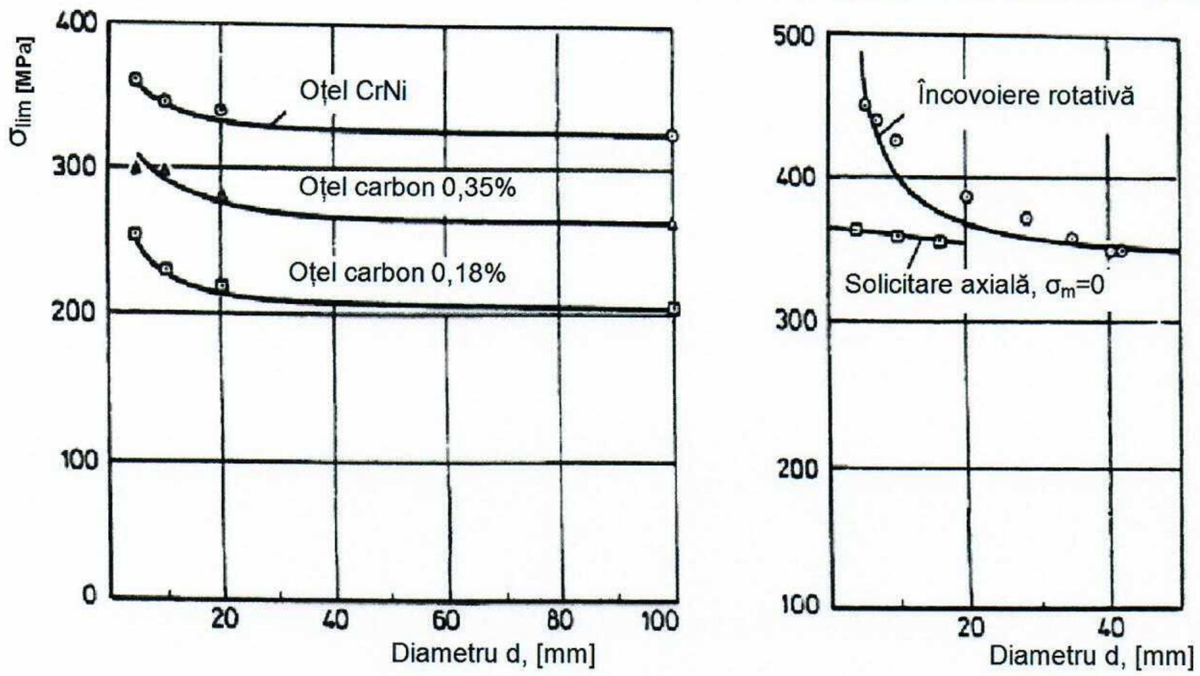
La durate de viaţă scurte sau intermediare, în materialele ductile se produc curgeri importante, astfel că, amplitudinea tensiunii locale σ_a este mai mică decât $(K_t \cdot \sigma_a)$. In consecinţă, raportul dintre rezistenţa la oboseală a epruvetei cu concentrator şi cea a epruvetei netede devine mai mic decât K_f, astfel încât este necesară definirea unui factor de concentrare $K_f^{'}$ variabil cu numărul de cicluri parcurs până la rupere:

$$K_f^{'} = \frac{\sigma_{as}}{S_{as}} \tag{4.16}$$

La materialele ductile $K_f^{'}$ descreşte de la valoarea K_f corespunzătoare durabilităţilor mari la valori apropiate de unitate, pentru durate scurte de viaţă.

4.6. Influenţa dimensiunilor piesei asupra limitei la oboseală

Efectul dimensiunii pieselor asupra limitei la oboseală poate fi determinat pe baza încercărilor experimentale. Un astfel de exemplu este prezentat în *figura 4.8a*. Se constată faptul că, pentru diferite oţeluri, limita la oboseală scade pe măsură ce dimensiunile pieselor cresc.



a) b)

Fig. 4.8. Variaţia limitei la oboseală în raport cu dimensiunile pieselor

Acelaşi lucru se poate constata şi din *figura 4.8b*, cu precizarea că, pentru dimensiuni mici ale pieselor, limita la oboseală este mai mare în cazul solicitării de încovoiere rotativă în raport cu solicitarea axială alternant-simetrică. Aşa cum s-a văzut în capitolul 2, valoarea limitei la oboseală este determinată, în primul rând de defectele existente sau care se iniţiază la suprafaţa materialului. Probabilitatea de a avea mai multe defecte este mai mare pentru materialele cu volum şi suprafaţă mai mari. Ca urmare, rezultatele experimentale prezentate sunt explicabile, din acest punct de vedere. Pe de altă parte, la solicitarea axială un volum mai mare de material este supus tensiunii maxime spre deosebire de solicitarea de încovoiere unde doar în fibrele de la suprafaţă se introduce tensiunea maximă. Ca urmare, este explicabilă scăderea limitei la oboseală pentru solicitarea axială, *figura 4.8b*.

Efectul dimensiunilor piesei asupra rezistenţei la oboseală se estimează pe baza coeficientului adimensional ε, definit ca raportul dintre limita la oboseală a unei epruvete de dimensiune D oarecare şi limita la oboseală a unei epruvete de dimensiune d, standard:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{RD}}{\sigma_{Rd}}$$

Dacă se încearcă epruvete cilindrice, dimensiunea standard este de obicei 10 mm. In cele două cazuri încercarea se face cu acelaşi coeficient de asimetrie, de obicei R=-1 (solicitare după un ciclu simetric). In *figura 4.9* se prezintă o diagramă care prezintă curbele de variaţie a coeficientului ε în funcţie de dimensiunile epruvetelor, pentru diferite tipuri de oţeluri.

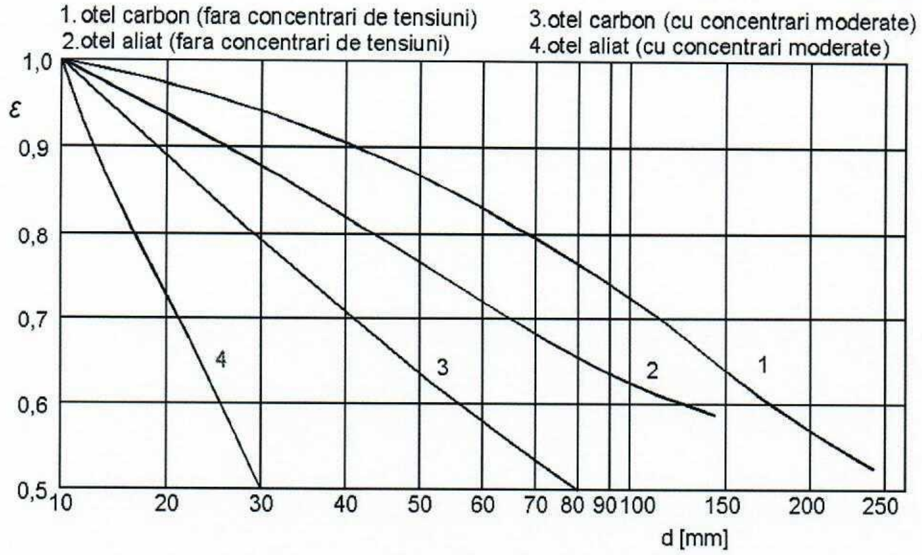


Fig. 4.9. Curbele de variaţie a coeficientului ε în funcţie de dimensiunile epruvetelor

Pentru explicarea teoretică a influenţei dimensiunilor asupra limitei la oboseală au fost propuse mai multe modelări. Unele dintre acestea ţin seama de probabilitatea ca într-un anumit volum să existe un anumit număr de defecte sau să se iniţieze deplasări ale dislocaţiilor care să conducă la apariţia defectelor. Dacă se consideră că densitatea de defecte pe unitatea de volum este constantă, odată cu creşterea volumului creşte şi probabilitatea existenţei unui defect critic de la nivelul căruia să se propage în continuare o fisură până la rupere. Pe baza acestor consideraţii s-a propus a fi utilizată relaţia:

$$\varepsilon = 1 - \sqrt{C \cdot \log\left(\frac{V}{V_0}\right)} \tag{4.17}$$

în care C este o constantă de material, V este volumul epruvetei cu dimensiune oarecare iar V_0 este volumul epruvetei standard.

Alte relaţii de calcul ţin seama de raportul dimensiunilor maxime ale celor două epruvete:

$$\varepsilon = \left(\frac{d_0}{d}\right)^r \tag{4.18}$$

unde r reprezintă o constantă de material, pentru oţeluri cuprinsă între 0,08 şi 0,12.

4.7. Influenţa calităţii suprafeţei asupra limitei la oboseală

Calitatea şi în special rugozitatea suprafeţelor au un efect semnificativ asupra iniţierii fisurilor de oboseală. Pentru condiţiile de producţie industrială o suprafaţă de înaltă calitate este scumpă şi nu neapărat necesară. In funcţie de procesele de producţie există o varietate de calităţi ale suprafeţei. Calitatea suprafeţei este caracterizată de termeni ca lustruire, rectificare, şlefuire, strunjire, frezare pe contur, găurire, tăiere, turnare, forjare, extrudare, etc.

Efectul diferitelor condiții de finisaj ale suprafeței asupra curbei σ-N și a limitei de oboseală a fost determinat pe baza a numeroase investigații experimentale asupra diferitelor materiale, în special pentru oțeluri. Efectele calității suprafeței asupra rezistenței la oboseală sunt date de coeficientul de calitate a suprafeței, sau factor de reducere, notat cu γ și definit ca raportul dintre limita la oboseală a unei epruvete având o calitate oarecare a suprafeței și limita la oboseală a epruvetei șlefuite prin rectificare:

$$\gamma = \frac{\sigma_{R,oarecare}}{\sigma_{R,rectificare}} \tag{4.19}$$

In literatura de specialitate sunt prezentate date în legătură cu valorile pentru coeficientul γ în raport cu calitatea suprafețelor, în special pentru probele din oțel, și în funcție de tensiunea de rupere la tracțiune a materialului din care sunt confecționate aceste probe, *figura 4.10.*

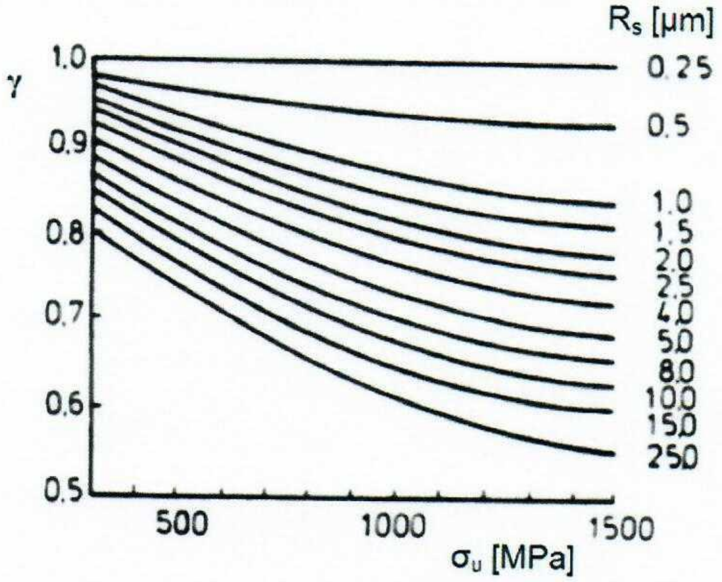


Fig. 4.10. Variația factorului γ în funcție de rugozitatea suprafeței {Jaap}

Se poate constata influența calității suprafeței asupra factorului γ, acesta putând ajunge și la valori de 0,5 se poate vedea, de asemenea, și faptul că factorul γ scade pe măsură ce rezistența la rupere prin tracțiune crește. Problema care se pune este dacă trebuie să suprapunem efectul calității suprafețelor peste efectul dat de concentratorii de tensiuni existenți pe piesele reale? Rugozitatea reprezintă concentratori microscopici în timp ce găurile, racordările, canalele de pană, etc. au dimensiuni macroscopice. O suprapunere a acestor efecte ar însemna calculul coeficientului de concentrare a tensiunilor după o relație de forma:

$$K_t = (K_t)_{concentrator} \cdot (K_t)_{rugozitate} \tag{4.20}$$

Cu toate acestea, nu este realist să se definească un K_t pentru rugozitățile apărute după prelucrarea unei suprafețe. Razele la rădăcina rugozităților ar fi foarte mici, și, ca urmare, valorile pentru K_t ar trebui să fie destul de mari. Pe de altă parte, este cunoscut din experiența în exploatare, că rugozitatea suprafeței poate reduce în mod semnificativ calitatea la oboseala

a unui element de structură sau a unui material de înaltă rezistenţă. Predicţiile asupra limitei la oboseală a unei structuri cu raze mari ale crestăturilor de la suprafaţă trebuie să includă un factor de reducere γ care să ţină seama de calitatea suprafeţei:

$$\sigma_1 = (\sigma_1)_{prezis} \cdot \gamma \tag{4.21}$$

cu γ determinat din *figura 4.10*, de exemplu.

Observaţii;

- în cazul materialelor de înaltă rezistenţă, la care şi limita la oboseală este ridicată, trebuie să ţină seama totuşi de sensibilitatea mai ridicată a acestora în raport cu calitatea suprafeţei;
- informaţiile privind efectul calităţii suprafeţei asupra limitei la oboseală este dat de factorul γ, totuşi, în cadrul proiectării la oboseală sunt necesare mai multe informaţii în legătură cu acest aspect. Câteva dintre aceste sunt redate în continuare.

Sunt procese care au un efect favorabil sau defavorabil asupra coeficientului de calitate a suprafeţei. Dacă stratul superficial al piesei se îmbunătăţeşte prin diverse tratamente termice, termochimice sau mecanice, coeficientul γ se va îmbunătăţi. O serie de procese tehnologice cum ar fi laminarea sau anumite tratamente termice cum ar fi recoacerea, au efecte defavorabile asupra proprietăţilor materialului din straturile superficiale ale pieselor. De asemenea, mai este cunoscut faptul că, la suprafeţele materialelor mai moi, fisurile se amorsează mai uşor decât în cazul suprafeţelor mai dure.

Bibliografie

CAPITOLUL 5. CALCULUL LA OBOSEALĂ

5.1. Coeficientul de siguranță la oboseală

Calculele la oboseală ale organelor de mașini sau ale structurilor se fac pe baza diagramelor ciclurilor limită. Acestea, respectiv schematizările lor se obțin pe baza diagramelor ciclurilor limită și a schematizările acestora trasate pentru epruvete, corectate cu ajutorul unor factori de influență asupra limitei la oboseală. In general, acești factori se cunosc abia după dimensionare și stabilirea formei constructive a piesei. Pe de altă parte, acești factori intervin în relațiile de calcul la oboseală. Ca urmare, în cazul dimensionării pieselor solicitate la oboseală cu ajutorul metodelor rezistenței clasice, se adoptă rezistențe admisibile mai mici.

Calculul la oboseală este, în primul rând, unul de verificare. El se poate efectua după alegerea tuturor dimensiunilor piesei și a tehnologiei de fabricație. Verificarea la solicitarea de oboseală constă în primul rând din calculul coeficientului de siguranță al solicitării produse în secțiunile periculoase ale piesei. Pentru ca piesa calculată să reziste la oboseală trebuie ca în fiecare secțiune periculoasă să se obțină un coeficient de siguranță mai mare decât cel prescris în memoratoarele inginerești pentru cazul considerat. In *tabelul 5.1* sunt prezentate câteva exemple informative privind valorile coeficientului de siguranță, pentru diferite piese.

Tab. 5.1. Valori ale coeficienților de siguranță [Deutch]

Nr. crt.	Felul pieselor și materiale	Valoarea coeficientului de siguranță
1	Piese de mașini, din oțel	1,5 ÷ 1,7
2	Piese de mașini ușoare, din oțel	1,3 ÷ 1,4
3	Piese importante, din oțel, cu încercarea la oboseală pe piesă	1,35
4	Piese din oțel turnat	1,4 ÷ 2,0
5	Piese din fontă	2,0 ÷ 3,0
6	Piese din aliaje de cupru	2,0 ÷ 2,7
7	Piese din aliaje ușoare	2,0 ÷ 2,5

Se defineşte drept coeficient de siguranţă la solicitarea de oboseală, raportul dintre **rezistenţa la oboseală a piesei** şi tensiunea maximă (sau amplitudinea) produsă în piesă:

$$c_\sigma = \frac{S_{maxL}}{\sigma_{max}};\ c_\sigma = \frac{S_{maxL}}{\sigma_{am}} \tag{5.1}$$

în care:

- S_{maxL} reprezintă rezistenţa la oboseală a piesei;
- $\sigma_{max\,(am)}$ reprezintă tensiunea maximă (amplitudinea) calculată pentru piesă.

Limita la oboseală, σ_R, se determină pe epruvete normalizate, fără concentratori de tensiune, cu diametrul d_0=10 mm şi cu suprafaţa şlefuită. **Rezistenţa la oboseală** a piesei diferă de limita la oboseală a epruvetei deoarece piesa poate avea concentratori, alte dimensiuni şi altă calitate a suprafeţei. Ca urmare, rezistenţa la oboseală a piesei se poate exprima în funcţie de limita la oboseală a epruvetei prin intermediul coeficientului efectiv de concentrare a tensiunilor K_f, a factorului dimensional ε şi a coeficientului de calitate a suprafeţei γ:

$$S_{maxL} = \frac{\varepsilon \cdot \gamma}{K_f}\sigma_R \tag{5.2}$$

în care σ_R reprezintă limita la oboseală a epruvetei.

In aceste condiţii, expresia pentru coeficientul de siguranţă la oboseală se poate scrie sub forma:

$$c_\sigma = \frac{\varepsilon \cdot \gamma}{K_f}\frac{\sigma_R}{\sigma_{max(am)}} \tag{5.3}$$

In cazul, cel mai simplu, al unei solicitări alternant-simetrice, coeficientul de siguranţă la oboseală poate fi calculat cu relaţia:

$$c_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\dfrac{K_f}{\varepsilon \cdot \gamma}\sigma_{max}} \tag{5.4}$$

în care σ_{-1} este limita la oboseală a epruvetei în cazul solicitării alternant simetrice.

5.2. Calculul coeficientului de siguranţă pe baza schematizării diagramei ciclurilor limită

In cazul solicitării variabile caracterizată de un coeficient de asimetrie de valoare oarecare, expresia coeficientului de siguranţă depinde de:

- modul de schematizare a diagramei ciclurilor limită;
- criteriul de alegere a rezistenţei la oboseală utilizată în calcule.

In *figura 5.1* se prezintă curba ciclurilor limită determinată pe epruvete, în coordonate σ_m-σ_a, precum şi o solicitare variabilă oarecare reprezentată printr-un punct P.

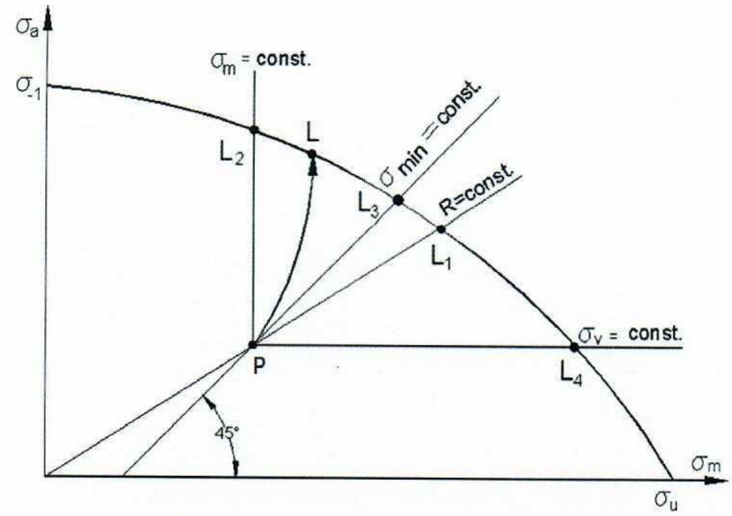


Fig. 5.1. Curba ciclurilor limită

Calculul coeficientului de siguranţă se face pe baza unei raportări a solicitării piesei, reprezentate prin punctul P, la o solicitare limită a epruvetelor reprezentate prin punctul L sau L_1, L_2, L_3, L_4.

Pentru determinarea rezistenţei la oboseală este recomandabil să se stabilească, dacă este posibil, modul cum ar putea să evolueze solicitarea variabilă dată. Prin reprezentarea legii de evoluţie a solicitării variabile se intersectează curba ciclurilor limită şi se obţine punctul L, care se referă la rezistenţa la oboseală căutată pentru piesă. Acest mod de determinare a rezistenţei la oboseală constituie criteriul lui D.N. Kimmelmann. El poate avea o serie de cazuri particulare, printre care: calculul pe baza aceluiaşi coeficient de asimetrie, respectiv aceeaşi tensiune medie, tensiune minimă, etc. Pentru un anumit criteriu şi pentru o anumită schematizare a curbei ciclurilor limită rezultă o anumită valoare a coeficientului de siguranţă la un ciclu dat.

In cazul în care determinarea rezistenţei la oboseală nu este posibilă prin încercări în laborator a pieselor, aceasta se poate determina pe baza limitei la oboseală a epruvetelor confecţionate din acelaşi material ca piesa reală, cu luarea în considerare a factorilor care influenţează rezistenţa la oboseală. De exemplu, rezistenţa la oboseală a unei piese solicitată după un ciclu alternant simetric se poate calcula cu relaţia:

$$S_{-1} = \frac{\sigma_{-1}}{\dfrac{K_f}{\varepsilon \cdot \gamma}} \tag{5.5}$$

în care:

- S_{-1} reprezintă **rezistenţa la oboseală** a unei piese solicitată după un ciclu alternant simetric;
- σ_{-1} reprezintă **limita la oboseală** a unei epruvete solicitată după un ciclu alternant simetric;
- K_f este coeficientul efectiv de concentrare a tensiunilor la oboseală;
- ε este factorul dimensional;
- γ este factorul ce ţine cont de calitatea suprafeţelor.

La numitorul relaţiei (5.5) se pot ataşa şi alţi factori de influenţă asupra rezistenţei la oboseală a pieselor, care ţin de: tratamentele termice aplicate, mediul de lucru, influenţa temperaturii, influenţa modului de solicitare, etc. In consecinţă, relaţia (5.5) poate fi scrisă şi sub forma:

$$S_{-1} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_f}{k_g}} \tag{5.6}$$

în care k_g reprezintă un coeficient global ce cuprinde influenţa tuturor factorilor asupra rezistenţei la oboseală a unei piese, mai puţin influenţa concentratorului de tensiune specificat prin K_f.

In continuare se vor prezenta o serie de calcule ale coeficientului de siguranţă la oboseală pe baza unor schematizări ale diagramei ciclurilor limită.

5.3. Calculul coeficientului de siguranţă pe baza schematizării Soderberg

In *figura 5.2* se prezintă schematizarea Soderberg pe baza căreia se poate determina coeficientul de siguranţă al piesei ce lucrează la oboseală după un ciclu de solicitare având un coeficient de simetrie oarecare.

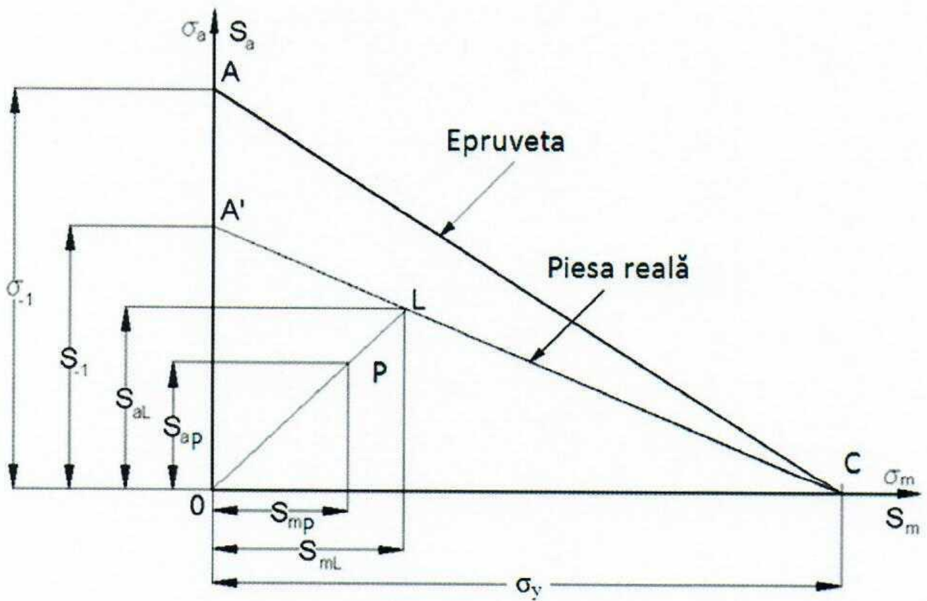


Fig. 5.2. Calculul coeficientului de siguranţă la schematizarea Soderberg

Dreapta OL reprezintă ciclurile de oboseală cu acelaşi coeficient de asimetrie, R. Punctul L reprezintă valoarea limită a rezistenţei la oboseală determinată pe o piesă solicitată după un ciclu cu coeficientul de asimetrie R. Punctul P reprezintă solicitarea unei piese identice cu cea de mai înainte, solicitată la valori mai mici ale tensiunii dar după un ciclu cu acelaşi coeficient de asimetrie. Având valori mai mici ale solicitării în raport cu punctul limită

L, vom avea şi un anumit coeficient de siguranţă pentru piesa solicitată în punctul P. Calculul acestui coeficient de siguranţă se prezintă în cele ce urmează.

Coeficientul de siguranţă este definit de relaţia:

$$c = \frac{S_{\max L}}{S_{\max P}} \tag{5.7}$$

în care $S_{\max L}$ reprezintă valoarea maximă a tensiunii pentru piesa solicitată până la rupere, punctul L, iar $S_{\max P}$ reprezintă valoarea maximă a tensiunii pentru piesa solicitată la valori mai mici ale tensiunii, dar după un ciclu având acelaşi coeficient de asimetrie. Prima relaţie din *sistemul (3.2)* poate fi scrise astfel:

$$\begin{cases} S_{\max L} = S_{mL} + S_{aL} \\ S_{\max P} = S_{mP} + S_{aP} \end{cases} \tag{5.8}$$

Punctul L se regăseşte la intersecţia dreptelor A'C şi OL de ecuaţii:

$$\begin{cases} \dfrac{S_{aL}}{S_{-1}} + \dfrac{S_{mL}}{\sigma_c} = 1 \\ \dfrac{S_{mL}}{S_{mP}} = \dfrac{S_{aL}}{S_{aP}} \end{cases} \tag{5.9}$$

Prin rezolvarea sistemului va rezulta:

$$\begin{cases} S_{mL} = \dfrac{1}{\dfrac{S_{aP}}{S_{mP}S_{-1}} + \dfrac{1}{\sigma_y}} \\ S_{aL} = \dfrac{1}{\dfrac{S_{aP}}{S_{mP}S_{-1}} + \dfrac{1}{\sigma_y}} \cdot \dfrac{S_{aP}}{S_{mP}} \end{cases} \tag{5.10}$$

Dacă adunăm cele două ecuaţii din sistemul (5.10), şi ţinând cont de prima relaţie a sistemului (5.8), vom avea:

$$S_{\max L} = S_{mL} + S_{aL} = \left(\frac{1}{\dfrac{S_{aP}}{S_{mP}S_{-1}} + \dfrac{1}{\sigma_y}} \right) \cdot \left(1 + \frac{S_{aP}}{S_{mP}} \right) = \left(\frac{S_{\max P}}{\dfrac{S_{aP}}{S_{-1}} + \dfrac{S_{mP}}{\sigma_y}} \right) \tag{5.11}$$

In consecinţă, din relaţia (5.7) coeficientul de siguranţă va fi:

$$c = \frac{S_{\max L}}{S_{\max P}} = \left(\frac{1}{\dfrac{S_{aP}}{S_{-1}} + \dfrac{S_{mP}}{\sigma_y}} \right) \tag{5.12}$$

Dacă ţinem cont şi de relaţia (5.5), coeficientul de siguranţă în raport cu limita la oboseală determinată pe epruvete confecţionate din acelaşi material cu al pieselor şi solicitate după un ciclu cu acelaşi coeficient de asimetrie, va fi dat de relaţia:

$$c_\sigma = \left(\frac{1}{\frac{K_f}{\varepsilon\gamma} \frac{S_{aP}}{\sigma_{-1}} + \frac{S_{mP}}{\sigma_y}} \right) \quad (5.13)$$

în care σ_{-1} şi σ_y sunt: limita la oboseală după un ciclu alternant simetric respectiv limita de curgere determinate pe epruvete iar S_{aP} şi S_{mP} reprezintă valorile solicitării pentru piesă. Aşa cum s-a menţionat, pe lângă factorii de influenţă ε şi γ pot fi adăugaţi şi alţi factori, care dacă sunt prinşi într-un coeficient global k_g, relaţia (5.13) devine:

$$c = \left(\frac{1}{\frac{K_f}{k_g} \frac{S_{aP}}{\sigma_{-1}} + \frac{S_{mP}}{\sigma_y}} \right) \quad (5.14)$$

Aşa după cum se ştie, coeficientul efectiv de concentrare a tensiunilor, K_f, este supraunitar iar coeficientul global de influenţă, k_g, rezultă ca un produs a unor factori de influenţă subunitar. Ca urmare, atât K_f cât şi k_g conduc la micşorarea coeficientului de siguranţă la solicitarea de oboseală.

5.4. Calculul coeficientului de siguranţă pe baza schematizării Goodman

In *figura 5.3* se prezintă schematizarea Goodman pe baza căreia se poate determina coeficientul de siguranţă al unei piesei solicitată după un ciclu având amplitudinea S_{aM} şi valoarea tensiunii medii S_{mM}, egală cu cea a ciclului limită pentru respectiva piesă: $S_{mM} = S_{mL}$.

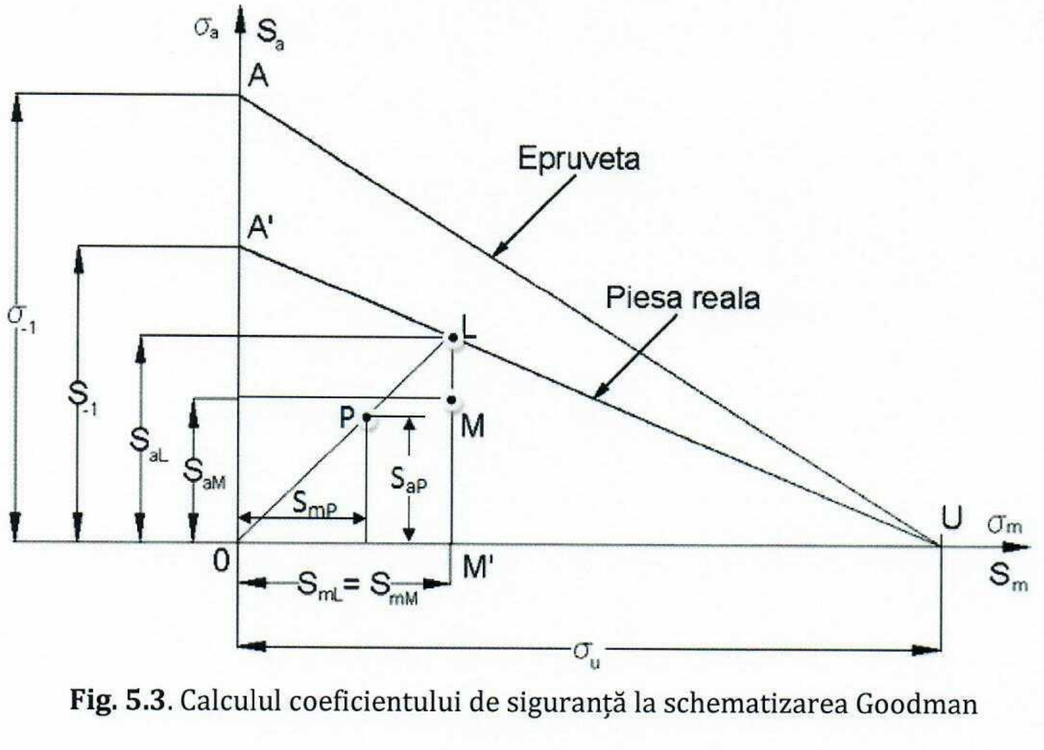


Fig. 5.3. Calculul coeficientului de siguranţă la schematizarea Goodman

Relațiile (5.7) și (5.8) sunt valabile și în acest caz, respectiv:

$$c = \frac{S_{maxL}}{S_{maxM}}$$

$$\begin{cases} S_{maxL} = S_{mL} + S_{aL} \\ S_{maxM} = S_{mM} + S_{aM} \end{cases}$$

Coordonatele punctului L se găsesc prin intersecția dreptelor A'U și M'L, care sunt date de ecuațiile:

$$\begin{cases} \dfrac{S_{aL}}{S_{-1}} + \dfrac{S_{mL}}{\sigma_u} = 1 \\ S_{mL} = S_{mM} \end{cases} \tag{5.15}$$

De aici va rezulta:

$$\begin{cases} S_{mL} = S_{mM} \\ S_{aL} = \left(1 - \dfrac{S_{mM}}{\sigma_u}\right) \cdot S_{-1} \end{cases} \tag{5.16}$$

Conform relației (5.11) și ținând seama de prima ecuație a sistemului (5.15), tensiunea maximă a piesei solicitată până la rupere, punctul L, va fi dată de relația:

$$S_{maxL} = S_{mL} + S_{aL} = S_{mM} + \left(1 - \frac{S_{mM}}{\sigma_u}\right) \cdot S_{-1} \tag{5.17}$$

și, ca urmare, coeficientul de siguranță va rezulta:

$$c = \frac{S_{maxL}}{S_{maxM}} = \frac{S_{mM} + \left(1 - \dfrac{S_{mM}}{\sigma_u}\right) \cdot S_{-1}}{S_{mM} + S_{aM}} \tag{5.19}$$

Dacă ținem cont și de relația (5.5), coeficientul de siguranță în raport cu limita la oboseală determinată pe epruvete confecționate din același material cu al pieselor și solicitate după un ciclu având aceeași tensiune medie, va fi dat de relația:

$$c = \frac{S_{mM} + \left(1 - \dfrac{S_{mM}}{\sigma_u}\right) \cdot \sigma_{-1} \dfrac{\varepsilon \cdot \gamma}{K_f}}{S_{mM} + S_{aM}} \tag{5.19}$$

în care σ_{-1} și σ_u sunt tensiuni determinate pe epruvete iar S_{aM} și S_{mM} reprezintă valorile solicitării pentru piesă. Dacă se dorește a se introduce mai mulți factori de influență asupra rezistenței la oboseală, cuantificați prin intermediul coeficientului global de influență, k_g, relația (5.19) devine:

$$c = \frac{S_{mM} + \left(1 - \dfrac{S_{mM}}{\sigma_u}\right) \cdot \sigma_{-1} \cdot \dfrac{K_g}{K_f}}{S_{mM} + S_{aM}} \tag{5.19}$$

Dacă solicitarea piesei se face după un ciclu de solicitare având același coeficient de simetrie (pe dreapta OL avem R=const.), atunci coeficientul de siguranță se determină după

un traseu asemănător schematizării Soderberg, cu deosebirea că tensiunea limită statică va fi cea pentru materiale fragile, respectiv σ_u.

$$c = \left(\frac{1}{\frac{K_f}{\varepsilon\gamma}\frac{S_{aP}}{\sigma_{-1}} + \frac{S_{mP}}{\sigma_u}} \right)$$

5.5. Calculul coeficientului de siguranţă pe baza schematizării Serensen

In *figura 5.4* se prezintă schematizarea Serensen pe baza căreia se poate determina coeficientul de siguranţă al piesei ce lucrează la oboseală după un ciclu de solicitare având un coeficient de simetrie oarecare. Relaţia pentru determinarea coeficientului de siguranţă este:

$$c = \frac{S_{maxL}}{S_{maxP}} = \frac{S_{mL} + S_{aL}}{S_{mP} + S_{aP}}$$

Punctul L_1 se regăseşte la intersecţia dreptelor AD şi OL_1 de ecuaţii:

$$\begin{cases} \frac{S_{aL}}{S_{-1}} + \frac{S_{mL}}{\frac{S_0 S_{-1}}{2S_{-1} - S_0}} = 1 \\ \frac{S_{mL}}{S_{mP}} = \frac{S_{aL}}{S_{aP}} \end{cases} \tag{5.20}$$

S-a notat şi se va nota în continuare în loc de punctul P_1, punctul P, pentru uşurinţa scrierii, revenindu-se la P_1 în calculul coeficientului de siguranţă.

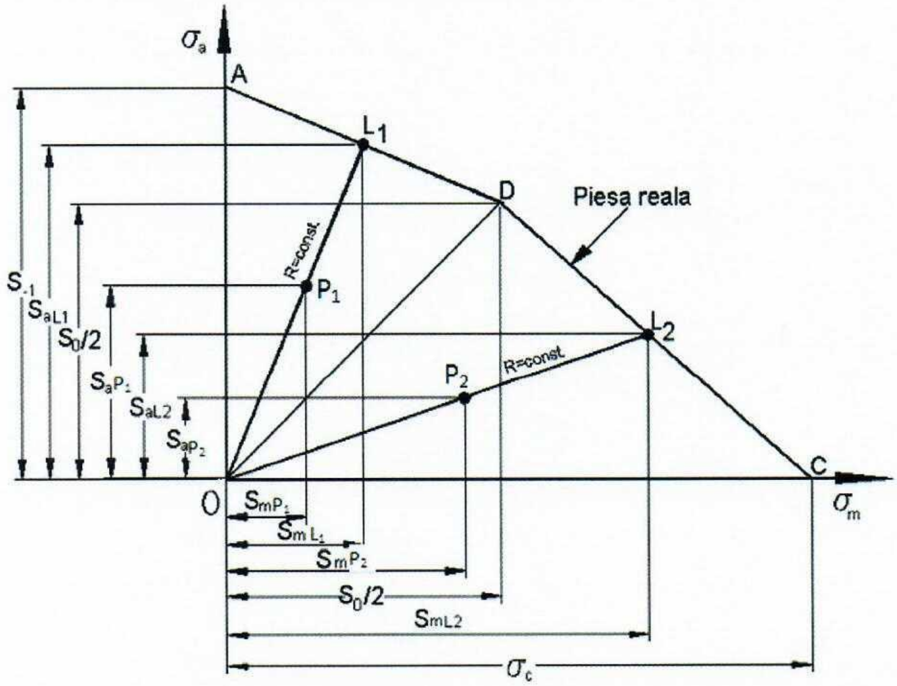


Fig. 5.4 Calculul coeficientului de siguranţă la schematizarea Serensen

Prin rezolvarea sistemului va rezulta:

$$\begin{cases} S_{aL} = \dfrac{\dfrac{S_{mP}}{S_{aP}}}{\dfrac{1}{S_{-1}} + \dfrac{2S_{-1} - S_0}{S_0 S_{-1}} \dfrac{S_{mP}}{S_{aP}}} \\ S_{mL} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{S_{-1}} + \dfrac{2S_{-1} - S_0}{S_0 S_{-1}} \dfrac{S_{mP}}{S_{aP}}}. \end{cases} \tag{5.21}$$

Dacă adunăm cele două ecuații din sistemul (5.21), și ținând cont de prima relație a sistemului (5.8), vom avea:

$$S_{\max L} = S_{mL} + S_{aL} = \left(\dfrac{1}{\dfrac{1}{S_{-1}} + \dfrac{2S_{-1} - S_0}{S_0 S_{-1}} \dfrac{S_{mP}}{S_{aP}}} \right) \cdot \left(1 + \dfrac{S_{mP}}{S_{aP}} \right) = \left(\dfrac{S_{\max M}}{\dfrac{S_{aP}}{S_{-1}} + \dfrac{2S_{-1} - S_0}{S_0} \dfrac{S_{mP}}{S_{-1}}} \right) \tag{5.22}$$

In consecință, din relația (5.7) coeficientul de siguranță va fi:

$$c = \dfrac{S_{\max L}}{S_{\max P}} = \dfrac{S_{mL} + S_{aL}}{S_{mP} + S_{aP}} = \left(\dfrac{1}{\dfrac{S_{aP}}{S_{-1}} + \dfrac{2S_{-1} - S_0}{S_0} \dfrac{S_{mP}}{S_{-1}}} \right) \tag{5.23}$$

Așadar, pentru zona OADO a diagramei, respectiv punctul P_1, ținând cont și de relația (5.5), coeficientul de siguranță va avea expresia:

$$c_1 = \dfrac{1}{\dfrac{K_f}{\varepsilon\gamma} \dfrac{1}{\sigma_{-1}} \left(S_{aP_1} + \dfrac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} S_{mP_1} \right)} \tag{5.24}$$

Din relația (5.23), expresia $\dfrac{2S_{-1} - S_0}{S_0}$ s-a transformat în relația (5.24) în expresia $\dfrac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$ deoarece, atât pentru S_{-1} cât și pentru S_0 este valabilă relația (5.5), în consecință apariția expresiei $\dfrac{K_f}{\varepsilon \cdot \gamma}$ și la numărător și la numitor conduce la simplificarea acesteia.

In consecință, coeficientul de siguranță pentru zona OADO a diagramei Serensen este în funcție de de limita la oboseală a unei epruvete confecționată din același material și supusă unui ciclu alternant - simetric, σ_{-1}, tensiunea medie și amplitudinea ciclului de solicitare al punctului (P_1), de limita la oboseală a unei epruvete confecționată din același material și supusă unui ciclu pulsant, σ_0, precum și de factorii de influență la oboseală, repectiv: factorul de concentrare a tensiunilor, K_f, factorul reprezentând calitatea suprafeței, γ și factorul dimensional, ε.

Punctul L_2 se regăsește la intersecția dreptelor DC și OL_2 de ecuații:

$$\begin{cases} \dfrac{S_{aL}}{\sigma_y} + \dfrac{S_{mL}}{\dfrac{S_0 \sigma_y}{2\sigma_y - S_0}} = 1 \\ \dfrac{S_{mL}}{S_{mP}} = \dfrac{S_{aL}}{S_{aP}} \end{cases} \qquad (5.25)$$

S-a notat şi se va nota în continuare în loc de punctul P_2, punctul P, pentru uşurinţa scrierii, revenindu-se la P_2 în calculul coeficientului de siguranţă.
Prin rezolvarea sistemului va rezulta:

$$\begin{cases} S_{mL} = \dfrac{\dfrac{S_{mP}}{S_{aP}}}{\dfrac{1}{\sigma_y} + \dfrac{2\sigma_y - S_0}{S_0 \sigma_y} \dfrac{S_{mP}}{S_{aP}}} \\ S_{aL} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\sigma_y} + \dfrac{2\sigma_y - S_0}{S_0 \sigma_y} \dfrac{S_{mP}}{S_{aP}}} . \end{cases} \qquad (5.26)$$

Dacă adunăm cele două ecuaţii din sistemul (5.26), şi ţinând cont de prima relaţie a sistemului (5.8), vom avea:

$$S_{\max L} = S_{mL} + S_{aL} = \left(\dfrac{1}{\dfrac{1}{\sigma_y} + \dfrac{2\sigma_y - S_0}{S_0 \sigma_y} \dfrac{S_{mP}}{S_{aP}}} \right) \cdot \left(1 + \dfrac{S_{mP}}{S_{aP}} \right) = \left(\dfrac{S_{\max P}}{\dfrac{S_{aP}}{\sigma_y} + \dfrac{2\sigma_y - S_0}{S_0} \dfrac{S_{mP}}{\sigma_y}} \right) \qquad (5.27)$$

In consecinţă, din relaţia (5.7) coeficientul de siguranţă va fi:

$$c = \dfrac{S_{\max L}}{S_{\max P}} = \dfrac{S_{mL} + S_{aL}}{S_{mP} + S_{aP}} = \left(\dfrac{1}{\dfrac{S_{aP}}{\sigma_y} + \dfrac{2\sigma_y - S_0}{S_0} \dfrac{S_{mP}}{\sigma_y}} \right) = \left(\dfrac{1}{\dfrac{S_{aP}}{\sigma_y} + S_{mP} \left(\dfrac{2}{S_0} - \dfrac{1}{\sigma_y} \right)} \right) \qquad (5.28)$$

Relaţia (5.5) se poate transcrie şi este valabilă şi astfel:

$$S_0 = \dfrac{\sigma_0}{\dfrac{K_f}{\varepsilon \cdot \gamma}} \qquad (5.29)$$

Aşadar, pentru zona ODCO a diagramei, respectiv punctul P_2, ţinând cont şi de relaţia (5.29), coeficientul de siguranţă va avea expresia:

$$c = \left(\frac{1}{\frac{S_{aP_2}}{\sigma_y} + S_{mP_2}\left(\frac{2}{\sigma_0}\frac{K_f}{\varepsilon\gamma} - \frac{1}{\sigma_y} \right)} \right) \tag{5.30}$$

In consecință, coeficientul de siguranță pentru zona ODCO a diagramei Serensen este în funcție de tensiunea de curgere, tensiunea medie și amplitudinea ciclului de solicitare al punctului (P_2), de limita la oboseală a unei epruvete confecționată din același material și supusă unui ciclu pulsant, σ_0, precum și de factorii de infleunță la oboseală, repectiv: factorul de concentrare a tensiunilor, K_f, factorul reprezentând calitatea suprafeței, γ și factorul dimensional, ε.